

College Analysis 総合マニュアル

－ 意思決定 －

目次

1. AHP.....	1
2. デシジョンツリー.....	18
3. リスク分析	34
4. 社会的意思決定手法.....	44
5. ラフ集合分析.....	55
6. I S M.....	71
7. Dematel 法.....	84
8. KSIM.....	92

1. AHP

1.1 AHP とは

意思決定とは、代替案と呼ばれるいくつかの選択肢の中からどれが最良か選択することである。そのためには、どのような代替案があるのか、その代替案を評価するためには、どのような評価項目があるのかを選定しなければならない。そして、その評価項目が、意思決定者にとってどの程度重要なのかを決めなければならない。それが決まると、その重要性に応じて評価項目を用いて代替案の評価をすることができるようになる。

これまでの方法では、評価項目による代替案の評価は個々の事例ごとに決められ、評価項目の重要性の決定方法にも様々な手法があった。これに対して、ここで説明する AHP は、これまでの基本的な意思決定の手順を踏襲しつつ、代替案の評価や評価項目の重要性をすべて対比較で統一的に扱い、図を用いて意思決定手続きを行う手法である。

例

4つのシステムから最善案を選ぶ問題で、評価項目ごとに以下のような重み係数と得点を得た。重み付き得点表を完成させ、最善案を求めよ。

	重み係数	システムA	システムB	システムC	システムD
費用	0.3	2	3	5	4
開発期間	0.2	5	3	4	2
操作性	0.4	3	4	3	4
先進性	0.1	1	4	5	2

重み付き得点表

	システムA	システムB	システムC	システムD
費用	0.6	0.9	1.5	1.2
開発期間	1.0	0.6	0.8	0.4
操作性	1.2	1.6	1.2	1.6
先進性	0.1	0.4	0.5	0.2
計	2.9	3.5	4.0	3.4

最善案 [システム C]

問題

カニを専門店で買うかネットで買うかという問題で、重み係数と得点から重み付き得点表を求め最善案を得る方法を図で表したい。

- 1) 重み付き得点表を作り、図の空欄を重み係数と得点で埋めよ。

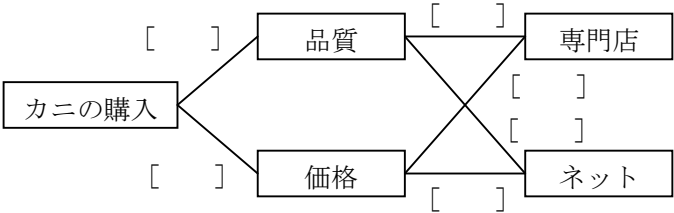
	重み係数	専門店	ネット
品質			
価格			

重み付き得点表

	専門店	ネット
品質		
価格		
合計		

最善案 []

上の表を以下のような図で表現することもある。



2) 専門店とネットの評価は図ではどう計算されるか。

専門店＝

ネット＝

問題解答

1) 重み付き得点表を作り、図の空欄を重み係数と得点で埋めよ。

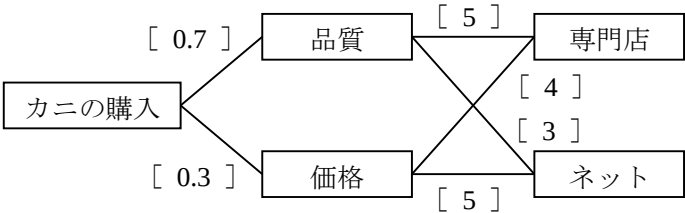
	重み係数	専門店	ネット
品質	0.7	5	3
価格	0.3	4	5

重み付き得点表

	専門店	ネット
品質	3.5	2.1
価格	1.2	1.5
合計	4.7	3.6

最善案 [専門店]

上の表を以下のような図で表現することもある。



2) 専門店とネットの評価は図ではどう計算されるか。

専門店＝ $0.7 \times 5 + 0.3 \times 4 = 4.7$

ネット＝ $0.3 \times 5 + 0.7 \times 3 = 3.6$

1.2 AHP の考え方

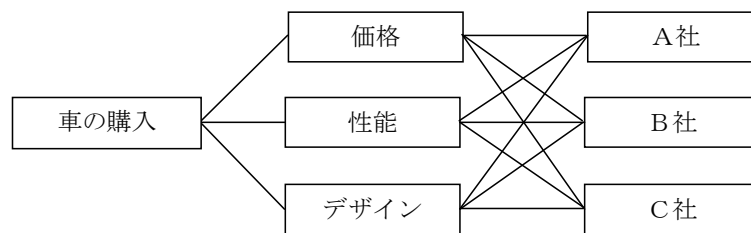
以下の例を用いて AHP の手順を考えてみる。

例

ある会社が車を購入することにした。価格・性能・スタイルの観点を総合して、A社・B社・C社のどれを選ぶか決定したい。

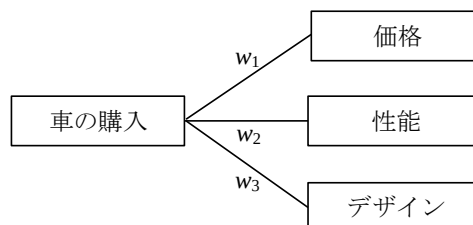
実行の手順は以下の通りである。

1) 問題の構造を決める。



まず問題の構造をネットワーク図で表す、その際意思決定の目的を左端（上）に、代替案は右端（下）に示す。

2) 問題（車の購入）の観点から各評価基準に対して重要度 w_i を計算する



まず、各評価基準に対して一対比較行列をつくる。行列の行と列には、価格、性能、デザインの項目が並ぶ。行列の要素は、基準から見た列の項目に対する行の項目の有用性（優位性）で、式で書くと $a_{ij} = i$ 行の項目の重要性 / j 列の項目の重要性、である。但し、実用上は下図のように決まった数字で入力する

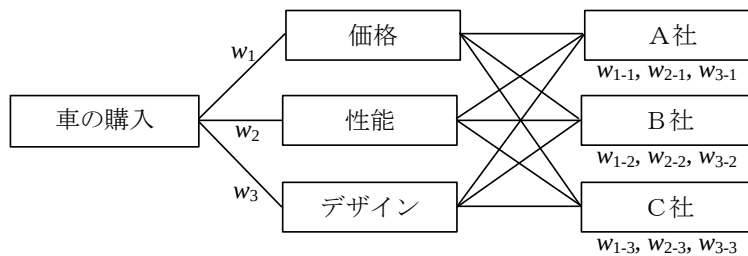
9：横は縦より著しく優れている
7：横は縦より相当優れている
5：横は縦より優れている
3：横は縦より少し優れている
1：横と縦は同等
1/3：横は縦より少し劣っている
1/5：横は縦より劣っている
1/7：横は縦より相当劣っている
1/9：横は縦より著しく劣っている

一対比較行列の実例は以下の通りである。例えば、1行2列の要素5は、「価格は性能より優れている（重要である）。」と読む。

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & a_{12} & a_{13} \\ 1/a_{12} & 1 & a_{23} \\ 1/a_{13} & 1/a_{23} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 1/5 & 1 & 1/3 \\ 1/3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

この行列から各評価基準に対して重要度が計算できる。一対比較行列の整合性を見るために、整合度 C.I. (Consistency Index) が導入されている。(0.1<C.I.≤0.2: 要注意, 0.2<C.I.: 不整合)

- 3) 上と同様にして各評価基準の観点から代替案 (A 社、B 社、C 社) を評価し、重要度を決定する。



ここに w_{i-j} の記号は、評価基準 i から見た代替案 j の重要度である。ある評価基準から見た重要度の合計は、以下のように 1 になる。

$$\begin{aligned} w_1 + w_2 + w_3 &= 1, \\ w_{i-1} + w_{i-2} + w_{i-3} &= 1 \quad (i = 1, 2, 3) \end{aligned}$$

- 4) 左端の問題の観点から、上の構造図をもとに各代替案に対して、以下のように最終的な評価 v_j を求める。

$$v_j = w_1 \cdot w_{1-j} + w_2 \cdot w_{2-j} + w_3 \cdot w_{3-j} \quad (j = 1, 2, 3)$$

これは評価基準が階層的な構造になっている場合にも適用できる。

1.3 プログラムの利用法

メニュー [分析－意思決定支援他－AHP] をクリックすると図 1 のように階層的な意思決定手法である AHP (Analytic Hierarchy Process) の分析実行画面が表示される。

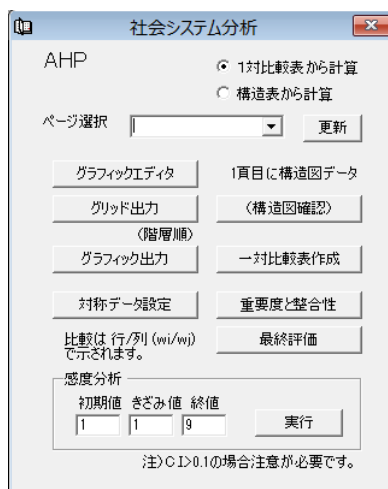


図1 AHP分析実行画面

階層構造を表す構造図のデータはグリッドエディタからでもグラフィックエディタからでも入力できる。グラフィックエディタのデータは、分析メニューの「グリッド出力」ボタンからでも、グラフィックエディタのメニュー「編集→グリッド出力」からでもグリッドエディタに出力可能であるが、変数の表示順が分析メニューからだとは階層順、グラフィックエディタのメニューからだとは変数名昇順となる。図2に構造図入力の例を示す。

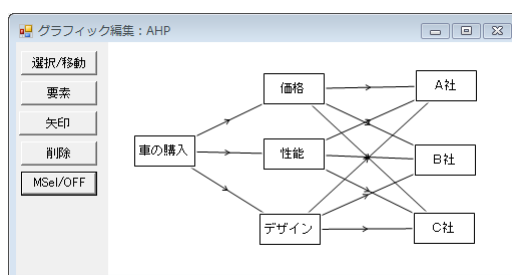


図2 構造図入力

この分析におけるグラフィックエディタのボタンの特徴は「MSel/OFF」ボタンで、これをクリックすると他のボタンは利用不可能になり、ボタン名も「MSel/ON」となる。これは一度に複数の矢印を引くモードで、例えば、価格、性能、デザインボックスを複数選択し、車の購入ボックスをクリックすれば、後者から前者3つに矢印が引かれる。再度「MSel/ON」ボタンをクリックすると通常モードに戻る。ただ分析を実行するという観点からは、グラフィックエディタを使って入力するより、直接グリッドエディタを用いた方が効率的かも知れない。

図3にデータ構造の直接的な入力画面、図4にグラフィックエディタからの入力画面を示す。

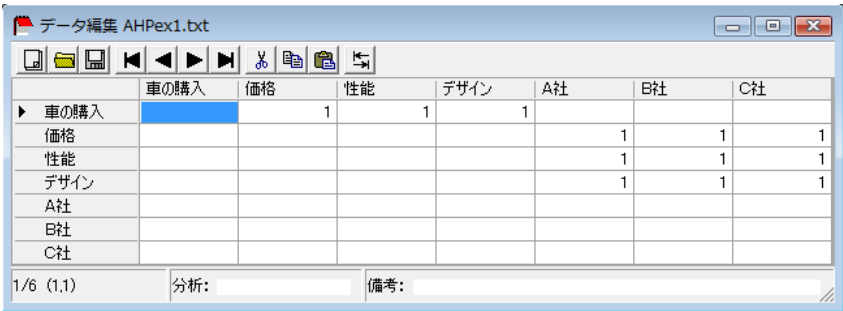


図 3 直接的な入力画面

	車の購入	価格	性能	デザイン	A社	B社	C社	種類	順番	Left	Top	Width	Height	Value
車の購入		a1,22,0,0,1,0	a2,22,1,0,2,0	a3,22,2,0,3,0				1	0	26	93	60	30	0
価格					a4,22,3,1,4,0	a5,22,4,1,5,0	a6,22,5,1,6,0	1	1	155	31	60	30	0
性能					a7,22,6,2,4,0	a8,22,7,2,5,0	a9,22,8,2,6,0	1	2	155	96	60	30	0
デザイン					a10,22,9,3,4,0	a11,22,10,3,5,0	a12,22,11,3,6,0	1	3	151	171	60	30	0
A社								1	4	307	28	60	30	0
B社								1	5	306	102	60	30	0
C社								1	6	305	170	60	30	0

図 4 グラフィックエディタからの入力画面

エディタ内の列名には、問題、評価基準、代替案全ての項目を入れ、行名には、問題と評価基準の項目を入れる。そして行項目を上位として、それぞれが連結している部分に、データ 1 を入力する。

入力が完成したら、「(構造図確認)」ボタンをクリックして、図 5 のような構造図を表示させて入力が正しいかどうか確認する。

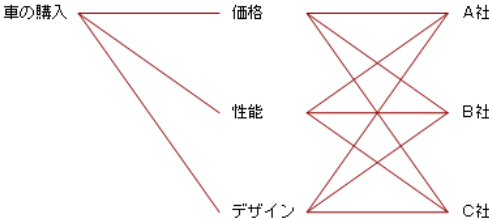


図 5 構造図確認画面

構造図を確認した後、「一対比較表作成」ボタンをクリックすると、図 6 のような一対比較画面が現れる。但し、図の中にある重要度の項目は最初の段階では表示されていない。

	価格	性能	デザイン
価格	1	5	3
性能	1/5	1	1/3
デザイン	1/3	3	1

図 6 一対比較画面

この画面の入力には、三角行列部分を入力して「対称行列設定」ボタンをクリックすると便利である。

利用者は例えば、 i 行 j 列の比較値を w_i/w_j 形式の分数で入力する。その後、「重要度と整合性」ボタンをクリックすると、図 7 のように重要度と $\lambda_{\max}$, C.I., C.R.の値を求めることができる。適合度の値に満足が行かなければ、再度データを変更し、再表示させる。



重要度	
▶ 価格	0.637
性能	0.105
デザイン	0.258
$\lambda_{\max}$	3.039
C.I.	0.019
C.R.	0.033

図 7 重要度と整合性

全てのデータを入力し、適合度の検定が終わり、「最終評価」ボタンをクリックすると図 8 のように、問題からみた各項目の重要度が表示される。



重要度	
▶ 車の購入	1.000
価格	0.637
性能	0.105
デザイン	0.258
A社	0.489
B社	0.233
C社	0.278

図 8 最終評価

利用者には、代替案だけでなく、選択基準についても自分の考えている重要度が分かり、結果と直感との差異が認識出来る。これは、教育的な観点から導入された。

例えば現在、価格とデザインを比較した数値が 3 になっているが、これを変動させた場合の代替案の重要度と整合性の変化を見る分析が感度分析である。カーソルを変更させたい一対比較表の部分に合わせて、感度分析グループボックスの「実行」ボタンをクリックすると、図 9 の感度分析の結果が表示される。

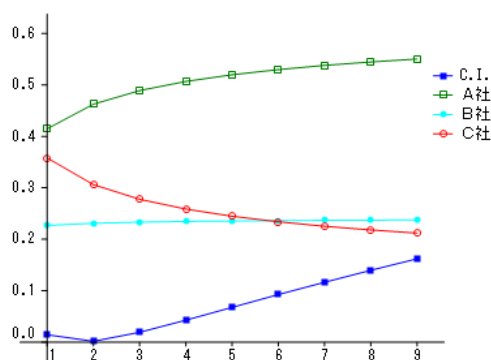
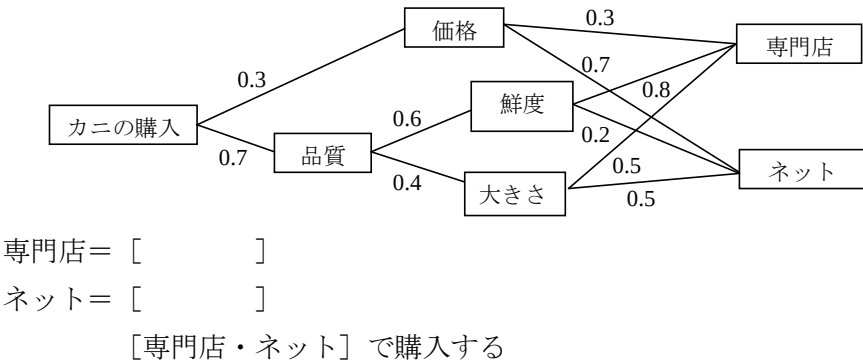


図 9 感度分析結果

問題 1（構造図を理解する）

以下の構造図のような AHP モデルで、各線に 1 つ上の階層から見た下の階層の重要度が示してある。代替案の最終的な評価はどうなるか。



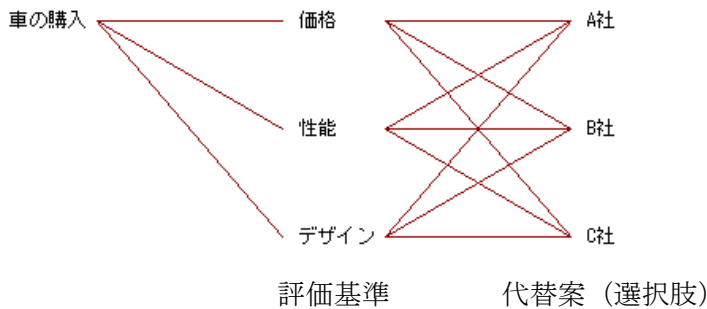
問題 2

上の例題で問題を構造化し、与えられた一対比較行列から各要素の重要度と一対比較の整合度 C. I. (Consistency Index) を求めよ。（整合度の値が 0.1 より大きい場合、再度一対比較行列から検討する）

構造化行列

	価格	性能	デザイン	A 社	B 社	C 社
車の購入	1	1	1			
価格				1	1	1
性能				1	1	1
デザイン				1	1	1

構造図



一対比較表と重要度

車の購入	価格	性能	デザイン	重要度
価格	1	5	3	
性能	1/5	1	1/3	
デザイン	1/3	3	1	

整合度 C. I. []

価格を基準	A社	B社	C社	重要度
A社	1	3	7	
B社	1/3	1	3	
C社	1/7	1/3	1	

整合度 C. I. []

性能を基準	A社	B社	C社	重要度
A社	1	1/3	1/5	
B社	3	1	1/3	
C社	5	3	1	

整合度 C. I. []

デザインを基準	A社	B社	C社	重要度
A社	1	1	1/3	
B社	1	1	1/3	
C社	3	3	1	

整合度 C. I. []

最終的な重要度

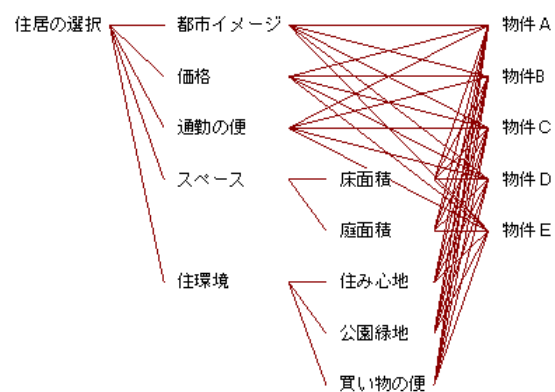
	A社	B社	C社
重要度			

どの会社を選択するか []

問題 3

Samples¥AHP2Error.txt のデータ（最初のページだけデータが欠落している）をもとに以下の問いに答えよ。

1) 1 ページ目のデータを完成させて以下の構造図を描け。



2) 住居の選択の一対比較表において各評価基準の重要度を示せ。

	都市イメージ	価格	通勤の便	住環境	スペース
重要度					

最も重要と考えているのは [] である。

3) 上の場合の整合度 C.I.の値はいくらか。 []

これは整合性があると言えるか。 [いえる・いえない]

4) 住環境からみた次階層の評価基準の重要度を示せ。

	住み心地	公園緑地	買い物の便
重要度			

最も重要と考えているのは [] である。

5) 上の場合の整合度 C.I.の値はいくらか。 []

これは整合性があると言えるか。 [いえる・いえない]

6) 各代替案の最終的な評価はいくらか。

	物件A	物件B	物件C	物件D	物件E
重要度					

最も評価の高い物件は [] である。

問題1 解答

専門店 = [0.566]

ネット = [0.434] [専門店・ネット] で購入する

問題2 解答

一対比較表と重要度

車の購入	価格	性能	デザイン	重要度
価格	1	5	3	0.637
性能	1/5	1	1/3	0.105
デザイン	1/3	3	1	0.258

整合度 C. I. [0.019]

価格を基準	A社	B社	C社	重要度
A社	1	3	7	0.669
B社	1/3	1	3	0.243
C社	1/7	1/3	1	0.088

整合度 C. I. [0.004]

性能を基準	A社	B社	C社	重要度
A社	1	1/3	1/5	0.105
B社	3	1	1/3	0.258
C社	5	3	1	0.637

整合度 C. I. [0.019]

デザインを基準	A社	B社	C社	重要度
A社	1	1	1/3	0.200
B社	1	1	1/3	0.200
C社	3	3	1	0.600

整合度 C.I. [0]

最終的な重要度

	A社	B社	C社
重要度	0.489	0.233	0.278

どの会社を選択するか [A社]

問題3解答

1) 1 ページ目のデータを完成させて以下の構造図を描け。

2) 住居の選択の一対比較表において各評価基準の重要度を示せ。

	都市イメージ	価格	通勤の便	住環境	スペース
重要度	0.095	0.089	0.267	0.346	0.203

最も重要と考えているのは [住環境] である。

3) 上の場合の整合度 C.I.の値はいくらか。[0.033]

これは整合性があると言えるか。[いえる]・いえない]

4) 住環境からみた次階層の評価基準の重要度を示せ。

	住み心地	公園緑地	買い物の便
重要度	0.594	0.157	0.249

最も重要と考えているのは [住み心地] である。

5) 上の場合の整合度 C.I.の値はいくらか。[0.027]

これは整合性があると言えるか。[いえる]・いえない]

6) 各代替案の最終的な評価はいくらか。

	物件A	物件B	物件C	物件D	物件E
重要度	0.265	0.158	0.134	0.168	0.274

最も評価の高い物件は [物件 E] である。

1.4 一対比較表の設定法のあまり間違わない方法

1) 最初に比較するものの重要性の順序をきめる。(同順位あり)

例えば、1. 価格, 2. デザイン, 3. 性能

2) 順序の隣り合ったものの重要性の違いを等号が不等号で表す。

=ほぼ等しい, >少し重要, >>重要 (不等号2つ位が無難)

例えば 価格>デザイン>性能

3) 一対比較表の左から見て所定のところに、間にはさむ不等号の数で数値を入れる。

例えば、なし: 1, 不等号1つ: 3, 不等号2つ: 5, 不等号3つ: 7 等

車の購入	価格	性能	デザイン
価格		5	3
性能			
デザイン		3	

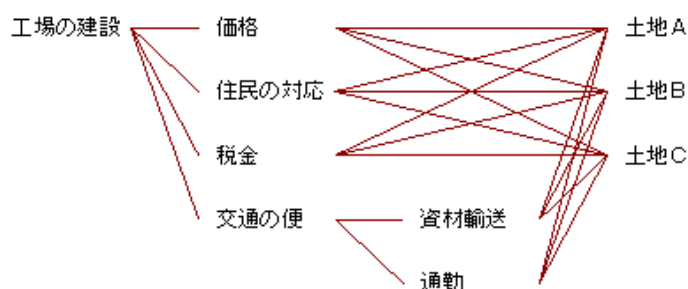
4) 一対比較表作成で間の空欄を埋める。

車の購入	価格	性能	デザイン
価格	1	5	3
性能	1 / 5	1	1 / 3
デザイン	1 / 3	3	1

問題

会社で新しい工場を建設する予定地を探しており、土地 A, 土地 B, 土地 C の3つの候補地が考えられている。これらの土地を検討する基準として、価格、住民の対応、税金、交通の便の4つが考えられているが、交通の便は、資材輸送と通勤の2つに分けられる。それぞれの検討項目に対して、各判定基準と土地の優位性は表の上に与えられているものとする。以下の問いに答えよ。

1) 構造図が以下となるようにデータを設定せよ。



2) 一対比較を作成し、重要性を見ながら値を設定せよ。

工場の建設に対して (価格>税金=交通の便>住民の対応)

	価格	住民の対応	税金	交通の便	整合度 C.I.
重要度					

交通の便に対して（資材輸送>>通勤）

	資材輸送	通勤	整合度 C.I.
重要度			

価格に対して（A>>B=C）

	土地 A	土地 B	土地 C	整合度 C.I.
重要度				

住民の対応に対して（B>C>A）

	土地 A	土地 B	土地 C	整合度 C.I.
重要度				

税金に対して（C>A>B）

	土地 A	土地 B	土地 C	整合度 C.I.
重要度				

資材輸送に対して（C=B>>A）

	土地 A	土地 B	土地 C	整合度 C.I.
重要度				

通勤に対して（B>C>>A）

	土地 A	土地 B	土地 C	整合度 C.I.
重要度				

3) 以上の評価を総合した最終評価を求めよ。

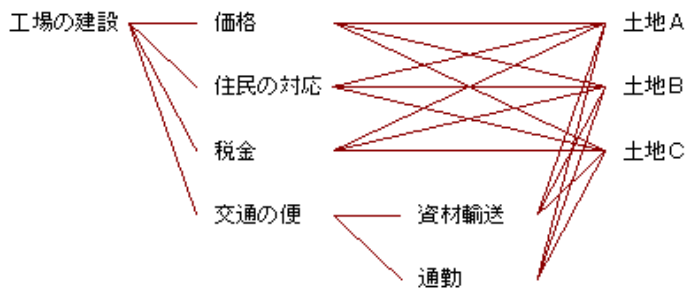
	土地 A	土地 B	土地 C
重要度			

最良候補地 []

演習

会社で新しい工場を建設する予定地を探しており、土地 A、土地 B、土地 C の3つの候補地が考えられている。これらの土地を検討する基準として、価格、住民の対応、税金、交通の便の4つが考えられているが、交通の便は、資材輸送と通勤の2つに分けられる。それぞれの検討項目に対して、各判定基準と土地の優位性は表の上に与えられているものとする。以下の問いに答えよ。

1) 構造図が以下となるようにデータを設定せよ。



2) 一対比較を作成し、重要性を見ながら値を設定せよ。

工場の建設に対して（価格=税金>交通の便>住民の対応）

	価格	住民の対応	税金	交通の便	整合度 C.I.
重要度					

交通の便に対して（資材輸送>通勤）

	資材輸送	通勤	整合度 C.I.
重要度			

価格に対して（B>A=C）

	土地 A	土地 B	土地 C	整合度 C.I.
重要度				

住民の対応に対して（B>A>C）

	土地 A	土地 B	土地 C	整合度 C.I.
重要度				

税金に対して（A>B=C）

	土地 A	土地 B	土地 C	整合度 C.I.
重要度				

資材輸送に対して（B=A>>C）

	土地 A	土地 B	土地 C	整合度 C.I.
重要度				

通勤に対して（B>>A>C）

	土地 A	土地 B	土地 C	整合度 C.I.
重要度				

3) 以上の評価を総合した最終評価を求めよ。

	土地 A	土地 B	土地 C
重要度			

最良候補地 []

問題解答

2) 一対比較を作成し、重要性を見ながら値を設定せよ。

工場の建設に対して（価格>税金=交通の便>住民の対応）

	価格	住民の対応	税金	交通の便	整合度 C.I.
重要度	0.522	0.078	0.200	0.200	0.014

交通の便に対して（資材輸送>>通勤）

	資材輸送	通勤	整合度 C.I.
重要度	0.833	0.167	0.000

価格に対して（A>>B=C）

	土地 A	土地 B	土地 C	整合度 C.I.
重要度	0.714	0.143	0.143	0.000

住民の対応に対して（B>C>A）

	土地 A	土地 B	土地 C	整合度 C.I.
重要度	0.105	0.637	0.258	0.019

税金に対して（C>A>B）

	土地 A	土地 B	土地 C	整合度 C.I.
重要度	0.258	0.105	0.637	0.019

資材輸送に対して（C=B>>A）

	土地 A	土地 B	土地 C	整合度 C.I.
重要度	0.091	0.455	0.455	0.000

通勤に対して（B>C>>A）

	土地 A	土地 B	土地 C	整合度 C.I.
重要度	0.072	0.649	0.279	0.032

3) 以上の評価を総合した最終評価を求めよ。

	土地 A	土地 B	土地 C
重要度	0.450	0.243	0.307

最良候補地 [土地 A]

演習解答

2) 一対比較を作成し、重要性を見ながら値を設定せよ。

工場の建設に対して（価格=税金>交通の便>住民の対応）

	価格	住民の対応	税金	交通の便	整合度 C.I.
重要度	0.390	0.068	0.390	0.152	0.014

交通の便に対して（資材輸送>通勤）

	資材輸送	通勤	整合度 C.I.
重要度	0.750	0.250	0.000

価格に対して（B>A=C）

	土地 A	土地 B	土地 C	整合度 C.I.
重要度	0.200	0.600	0.200	0.000

住民の対応に対して（B>A>C）

	土地 A	土地 B	土地 C	整合度 C.I.
重要度	0.258	0.637	0.105	0.019

税金に対して（A>B=C）

	土地 A	土地 B	土地 C	整合度 C.I.
重要度	0.600	0.200	0.200	0.000

資材輸送に対して ($B=A>>C$)

	土地 A	土地 B	土地 C	整合度 C.I.
重要度	0.455	0.455	0.091	0.000

通勤に対して ($B>>A>C$)

	土地 A	土地 B	土地 C	整合度 C.I.
重要度	0.188	0.731	0.081	0.032

3) 以上の評価を総合した最終評価を求めよ。

	土地 A	土地 B	土地 C
重要度	0.389	0.435	0.177

最良候補地 [土地 B]

1.4 AHP の理論

AHP はある選択問題に対して、選択肢（以後代替案と呼ぶ）から評価基準をもとに最適なものを選出する合理的な手法である^{5,6)}。それぞれの評価基準は、問題に対して評価基準同士の 1 対比較により、重要度を計算される。さらに、各評価基準に対してそれぞれの代替案もそれら同士の 1 対比較により、重要度を計算される。各代替案の問題に対する最終的な重要度は、それぞれの評価基準の重要度とその評価基準から見たその代替案の重要度の積の合計として与えられる。

ここで、例として図 1 のような階層構造の意思決定モデルを考えてみよう。

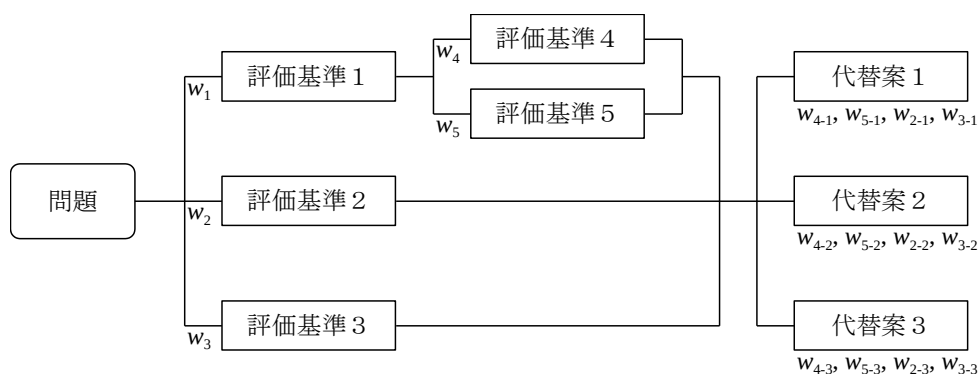


図 1 重要度の評価

評価基準と代替案に付いている w_i の記号は、それぞれ上の階層から見た重要度である。例えば、代替案 1 の上の階層には、評価基準 4, 5, 2, 3 があり、 $w_{4-1}, w_{5-1}, w_{2-1}, w_{3-1}$ が重要度になっている。これらの重要度は、以下の性質を持っている。

$$w_1 + w_2 + w_3 = 1, \quad w_4 + w_5 = 1,$$

$$w_{i-1} + w_{i-2} + w_{i-3} = 1 \quad (i = 2, 3, 4, 5).$$

各評価基準と各代替案の、「問題」から見た重要度をそれぞれ、 $pw_1, \dots, pw_5$ 及び tw_1, tw_2, tw_3 とおくと、それらの値は以下となる。

$$pw_1 = w_1, \quad pw_2 = w_2, \quad pw_3 = w_3,$$

$$pw_4 = pw_1 \cdot w_4, \quad pw_5 = pw_1 \cdot w_5,$$

$$tw_j = pw_4 \cdot w_{4-j} + pw_5 \cdot w_{5-j} + pw_2 \cdot w_{2-j} + pw_3 \cdot w_{3-j} \quad (j=1, 2, 3).$$

重要度は、問題または評価基準の、1階層下の評価基準または代替案の1対比較によって求められる。例えば、問題に対する重要度 w_1, w_2, w_3 は、以下の1対比較行列から求められる。

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & a_{12} & a_{13} \\ 1/a_{12} & 1 & a_{23} \\ 1/a_{13} & 1/a_{23} & 1 \end{pmatrix}.$$

ここに a_{ij} は主観的に見た、評価基準 i の評価基準 j に対する重要度の比率である。即ち、評価が理想的に行われるなら、 $a_{ij} = w_i/w_j$ である。しかし現実には、比較を容易なものとするために、1～9の整数値及びその逆数が提案されている。

完全に理想化された n 次元の1対比較行列から、重要度は以下のように最大固有値 n の固有ベクトルとして求められる。

$$\begin{pmatrix} w_1/w_1 & w_1/w_2 & \cdots & w_1/w_n \\ w_2/w_1 & w_2/w_2 & \cdots & w_2/w_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_n/w_1 & w_n/w_2 & \cdots & w_n/w_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{pmatrix} = n \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{pmatrix}.$$

ここに、その他の固有値は全て0である。

理想的な場合からは多少ずれているが、一般の1対比較行列の場合にも、重要度は最大固有値 $\lambda_{\max}$ に対する固有ベクトルによって与えることにする。但し、そのずれの程度を明らかにするために、以下のように、理想的には0であるべきその他の固有値の平均的な値をとって整合度 C.I. と呼び、1対比較の整合性を測るための指標とする。

$$\text{C.I.} = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}.$$

この値が0.1程度以下であれば、整合度は合格とする。また、もう1つの整合性を見る指標として、無作為に作られた1対比較行列の整合度である、ランダム整合度で C.I. を割った、整合比 C.R. も用いられる。この値も0.1程度以下なら、整合性は合格とする。

2. デシジョンツリー

商品開発や販売の意思決定の結果は、その時の経済事情や社会情勢、自社の能力など、外的な要因に影響されることが多い。結果は意思決定と外的要因の組み合わせで左右される。このような不確実な状況下での意思決定問題を表す図にデシジョンツリーがある。これは意思決定を、デシジョンボックスと呼ばれる意思決定分岐とチャンスイベントと呼ばれる外的な要因による分岐で表し、後者は確率的に起こるものと仮定する。このデシジョンツリーは多段階の意思決定問題にも適用でき、利用範囲は広い。ここでは様々な例を用いてこの図の扱い方や、意思決定した場合の利得の計算法について説明する。また、パソコンによりデシジョンツリーを描いて、利得計算を実行するプログラムについても説明する。

5.1 利得行列とデシジョンツリー

ここでは、投機株、優良株、債券への投資の問題をもとに、デシジョンツリーについて説明する。今、投資の結果が、好況の時、平時、不況の時で、以下の利得行列のように与えられるものとする。好況、平時、不況の生起確率は、それぞれ 0.2、0.5、0.3 で与えられるものとする。

表 1 利得行列

	好況(0.2)	平時(0.5)	不況(0.3)
投機株(C ₁)	23	2	-10
優良株(C ₂)	15	8	0
債権(C ₃)	5	5	5

() 内は主観確率

この状況をデシジョンツリーで表すと図 1 のようになる。

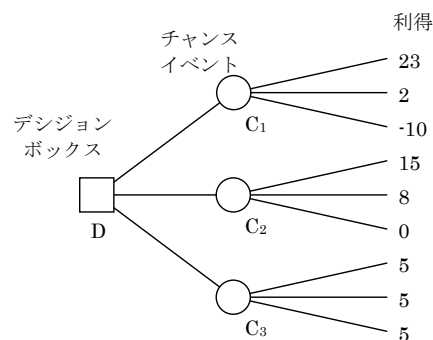


図 1 デシジョンツリー

四角はデシジョンボックスと呼ばれ、意思決定者がどの判断をするかを決める分岐点である。それに対して丸はチャンスイベントと呼ばれ、外的要因によって利得が変化する様子を表す。チャンスイベントの分岐線には、生起確率を書く場合もある。

我々はデシジョンボックスでどの選択肢を選ぶべきかを、利得の期待値で決める。例えば今の状況だと以下のようなになる。

$$\text{投机株 } E(X) = 0.2 \times 23 + 0.5 \times 2 + 0.3 \times (-10) = 2.6$$

$$\text{優良株 } E(X) = 0.2 \times 15 + 0.5 \times 8 + 0.3 \times 0 = 7$$

$$\text{債権 } E(X) = 0.2 \times 5 + 0.5 \times 5 + 0.3 \times 5 = 5$$

結論は、優良株が最適であるとなる。

ここで利用した、好況、平時、不況の生起確率は、実際観測されるものでなく、意思決定者が事前に想定した確率である。これを主観確率という。主観確率の決め方には決定的なものはないが、以下のような方法もある。

意思決定者が当該事象に全く情報を持たない場合

離散的な場合 同確率

連続の場合 一様分布

意思決定者が事前に何らかの情報を持つ場合

直接確率割付法（主に離散的な場合）

事象を2つずつに分け、出現確率を求めてゆく。

平時以上 0.7 不況 0.3

平時以上の中で、好況 0.3, 平時 0.7

以上より

好況 $0.7 \times 0.3 = 0.21$, 平時 $0.7 \times 0.7 = 0.49$, 不況 0.3

確率の割り当ては、一度に割り当てるより、直接確率割付法のように、順を追って割り当てて行くほうが確実であり、分かり易い。

5.2 多段階決定問題

前節では1つの意思決定について、デシジョンツリーの表示法を説明してきたが、ここでは意思決定が段階的に複数にわたる場合について、デシジョンツリーの表示法と利用法を、例を用いて示す。

例 以下の状況をデシジョンツリーとして表し、最良の意思決定について考えよ。

1. A社は新製品GをB社に納入したい。
2. 成功した場合の報酬は1000万円、失敗した場合の違約金は300万円である。
3. A社は2つの開発法C1とC2を持っており、最初にどちらか選べる。
4. C1には開発費400万円、C2には開発費550万円がかかる。
5. C1で成功する確率は0.7、失敗する確率は0.3である。
6. C1で失敗した場合、違約金を払うか、もう一度C2で挑戦が可能である。
7. C2で成功する確率は0.9、失敗する確率は0.1である。
8. C2で失敗した場合、違約金を払って開発を打ち切るしかない。

これをデシジョンツリーとして表すと図1のようになる。

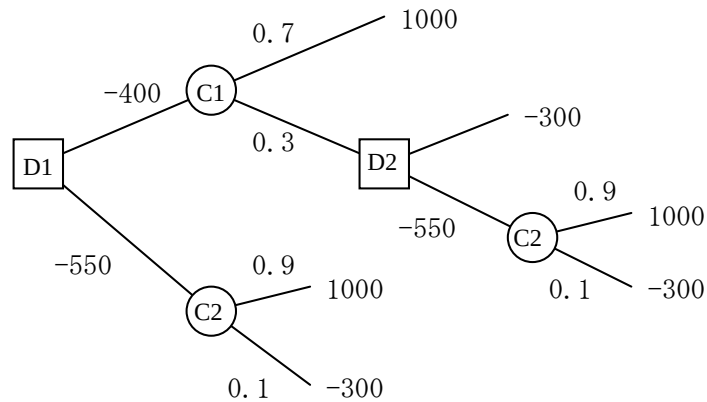


図1 デシジョンツリー

デシジョンボックスの先には選択枝が必要な経費とともに示され、その選択枝の先にチャンスイベントが表示される。チャンスイベントの先には、利得か、次のデシジョンボックスが、確率の値とともに示される。

期待値の計算はデシジョンツリーの枝の先の方から行っていく。

まず D2 において期待値を計算する。

中止を選べば、-300

C2 で開発すると、 $1000 \times 0.9 + (-300) \times 0.1 - 550 = 320$ (こちらを選択)

最良期待値をデシジョンボックスの上に書き込む。それより左側の期待値の計算ではこの値を用いる。

次に D1 において期待値を計算する。

C1 を選べば、 $1000 \times 0.7 + 320 \times 0.3 - 400 = 396$ (こちらを選択)

C2 を選べば、 $1000 \times 0.9 + (-300) \times 0.1 - 550 = 320$

最良期待値をデシジョンボックスの上に書き込む。

以上の結果より、最初に C1 を選び、失敗したら C2 で再挑戦するのが良い。

ここでの意思決定は、前の決定が何であろうとそれ以降の決定は最適なものを選ばなければならないという最適性原理という考え方に基づいている。

5.3 プログラムの利用法

ここではプログラムの説明のために、前節の例で与えた意思決定問題を考える。メニュー [分析－意思決定支援他－デシジョンツリー] をクリックすると図2のデシジョンツリー分析メニューが表示される。

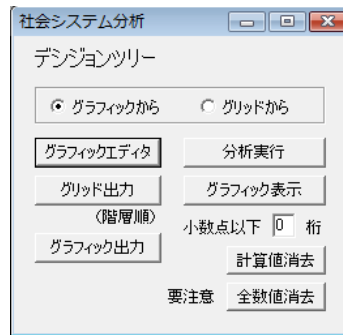


図 2 分析メニュー

ここに、左側の3つのボタンはグラフィックエディタを操作するボタンで、グラフィックエディタの立ち上げや、表形式のグリッドエディタとのデータの交換用である。これらは、グラフィックエディタを扱う他の分析メニューにも、グリッドへの出力順序の扱いを除いて、ほぼ同様に含まれている。

「グラフィックエディタ」ボタンで、グラフィックエディタを立ち上げ、前節の意思決定問題をデシジョンツリーとして入力すると図3のような画面になる。

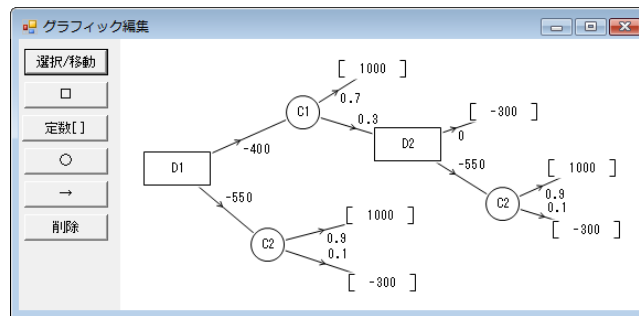


図 3 デシジョンツリー

画面左のボタンは、グラフィックエディタの描画ボタンで、意思決定は「□」、利得は「定数[]」、チャンスイベントは「○」である。

計算を、グラフィックエディタを元に行うか、グリッドエディタを元に行うかをラジオボタンで指定し、分析メニューの「分析実行」ボタンをクリックすると、各意思決定の段階での期待値と、選ぶべき選択肢が図4のように表示される。

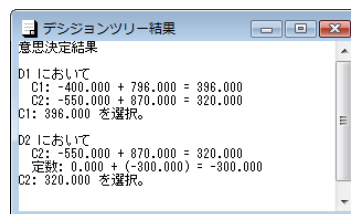


図 4 デシジョンツリー

この例においては、意思決定 D1 においては、期待値 396 のチャンスイベント C1 を選択し、意思決定 D2 においては、期待値 320 のチャンスイベント C2 を選択することが大きな期待値を得る方法である。言い換えれば、最初の意思決定で、開発法 C1 を選択し、失敗し

た場合は、開発法 C2 で再挑戦することが有利である。

この設定で分析メニュー「グラフィック表示」を選択すると、図 5 に示すように、各チャンスイベントの上に期待値、各意思決定の上に、期待値が最も高い選択肢とその期待値が示される。

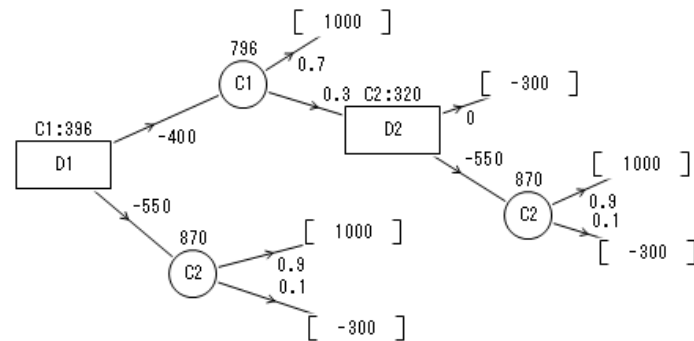


図 5 グラフィックによる結果表示

分析メニューの「計算値消去」は、今計算した期待値を消し、「全数値消去」は、すべての数値とラインに付いた利益（費用）と定数の値を消去するものである。後者のボタンは教員が演習問題等を作るときに利用すると便利である。

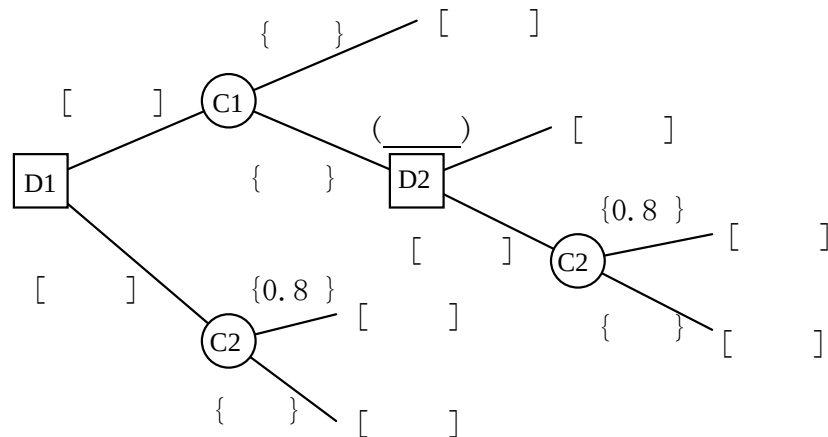
この例題は計算だけなら表計算ソフトを用いて簡単に実行できるが、図に表すことによって意思決定の構造が明瞭になり、学習者の興味も向上する。また、図が簡単に描けることで、指導者と学習者相互に負担なくデシジョンツリーについての教育が可能となる。

問題 1

以下の状況説明を読んで問いに答えよ。

1. A 社は新製品 G を B 社に納入したい。
2. 成功した場合の報酬は 2000 万円、失敗した場合の違約金は 500 万円である。
3. A 社は 2 つの開発法 C1 と C2 を持っており、最初にどちらか選べる。
4. C1 には開発費 300 万円、C2 には開発費 600 万円がかかる。
5. C1 で成功する確率は 0.6、失敗する確率は 0.4 である。
6. C1 で失敗した場合、違約金を払うか、もう一度 C2 で挑戦が可能である。
7. C2 で成功する確率は 0.8、失敗する確率は 0.2 である。
8. C2 で失敗した場合、違約金を払って開発を打ち切るしかない。

1) デシジョンツリーを完成させよ。但し、[] は金額、{ } は確率である。



2) 一度失敗した場合 (D2) の利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。

やめる [] 万円

C2 で再挑戦 [] 万円

[やめる ・ C2 で再挑戦] を選択する。

3) 最初の段階 (D1) での利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。

C1 を選択 [] 万円

C2 を選択 [] 万円

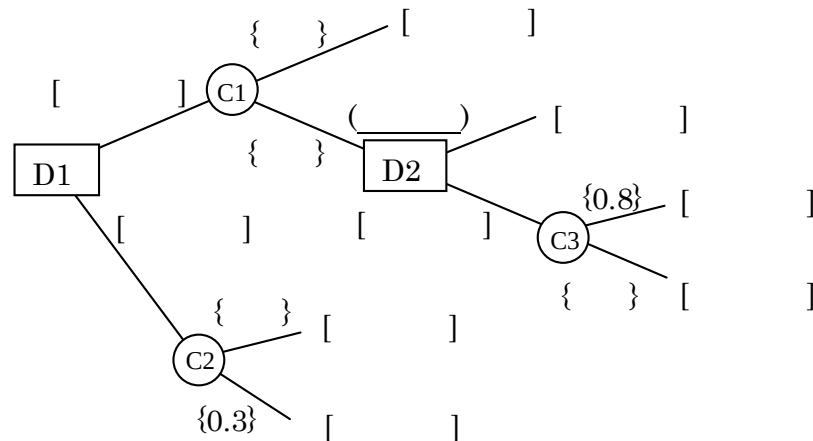
[C1 ・ C2] を選択する。

問題 2

1. ある会社で新製品を開発しようとしている (D1)。
2. 最初の方法には C1 (研究開発費 2,000 万円) と C2 (研究開発費 3,000 万円) の方法がある。
3. C1 では、うまく行く確率 0.6 で利益が 4,000 万円である。うまく行かない場合には研究を中止することも再挑戦することもできる (D2)。研究を中止する場合の利益は無くなる。
4. C2 では、うまく行く確率は 0.7 で利益はノウハウの蓄積も合わせて 6,000 万円となる。うまく行かない場合、利益は無くなり研究を中止する。
5. C1 の後に再挑戦で C3 (研究開発費 2,000 万円) を選択するとうまく行く確率を 0.8 にでき、利益は 4,000 万円となる。うまく行かない場合、利益は無くなり研究を中止する。

以下の問いに答えよ。

1) 空欄を埋めてデシジョンツリーを完成させよ。但し、[] は金額、{ } は確率である。



2) 一度失敗した場合 (D2) の利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。

やめる [] 万円

再挑戦 [] 万円

[やめる・再挑戦] を選択する。

3) 最初の段階 (D1) での利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。

C1 を選択 [] 万円

C2 を選択 [] 万円

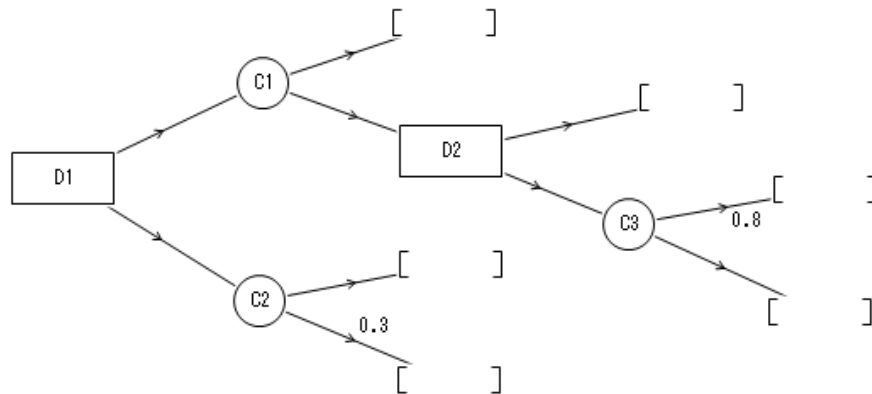
[C1 ・ C2] を選択する。

問題3 パソコンを使って問題を解く

1. ある会社で新製品を開発しようとしている (D1)。
2. 最初の方法には C1 (研究開発費 2,000 万円) と C2 (研究開発費 3,000 万円) の方法がある。
3. C1 では、うまく行く確率 0.6 で利益が 4,000 万円である。うまく行かない場合には研究を中止することも再挑戦することもできる (D2)。研究を中止する場合の利益は無くなる。
4. C2 では、うまく行く確率は 0.7 で利益はノウハウの蓄積も合わせて 6,000 万円となる。うまく行かない場合、利益は無くなり研究を中止する。
5. C1 の後に再挑戦で C3 (研究開発費 2,000 万円) を選択するとうまく行く確率を 0.8 にでき、利益は 4,000 万円となる。うまく行かない場合、利益は無くなり研究を中止する。

以下の問いに答えよ。

- 1) パソコンを使って以下のデシジョンツリーを作り、ボックスとラインをクリックしてデータを完成させよ。但し、□から出る線には金額、○から出る線には確率を入れる。



「分析実行」ボタンを押して以下の問いに答えよ。

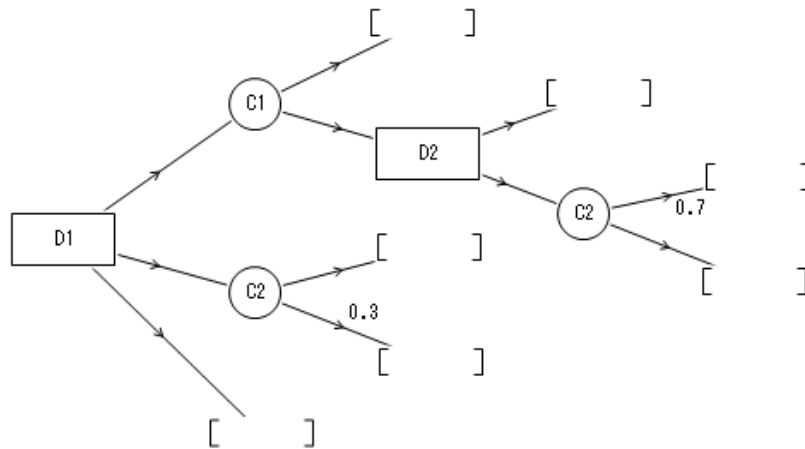
- 2) 一度失敗した場合 (D2) の利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。
 やめる [] 万円
 再挑戦 [] 万円
 [やめる・再挑戦] を選択する。
- 3) 最初の段階 (D1) での利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。
 C1 を選択 [] 万円
 C2 を選択 [] 万円
 [C1 ・ C2] を選択する。
- 4) 「グラフィック表示」のボタンを押した結果を 前ページの図にすべて書き込め。

演習 1 パソコンを使って問題を解く

以下の状況説明を読んで問いに答えよ。

1. A 社に B 社から機械の納入の相談があった。
 2. 成功した場合の報酬は 2000 万円、失敗した場合の違約金は 600 万円である。
 3. A 社は 2 つの開発法 C1 と C2 を持っており、最初にどちらか選べるし、受注しないこともできる (D1)。
 4. 受注しない場合、信用の損失で 200 万円のダメージとなる。
 5. C1 には開発費 500 万円、C2 には開発費 1000 万円がかかる。
 6. C1 で成功する確率は 0.4、失敗する確率は 0.6 である。
 7. C1 で失敗した場合、違約金を払って中止するか、もう一度 C2 で挑戦が可能である (D2)。
 8. C2 で成功する確率は 0.7、失敗する確率は 0.3 である。
 9. C2 で失敗した場合、違約金を払って開発を打ち切るしかない。
- 1) パソコンを使って以下のデシジョンツリーを作り、ボックスとラインをクリックしてデ

ータを完成させよ。但し、□から出る線には金額、○から出る線には確率を入れる。



「分析実行」ボタンを押して以下の問いに答えよ。

2) C1 で一度失敗した場合の意思決定 (D2) の利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。

やめる [] 万円

C2 で再挑戦 [] 万円

[やめる ・ C2 で再挑戦] を選択する。

3) 最初の段階 (D1) での利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。

C1 を選択 [] 万円

C2 を選択 [] 万円

受注しない [] 万円

[C1 ・ C2 ・ 受注しない] を選択する。

4) 「グラフィック表示」のボタンを押した結果を前ページの図にすべて書き込め。

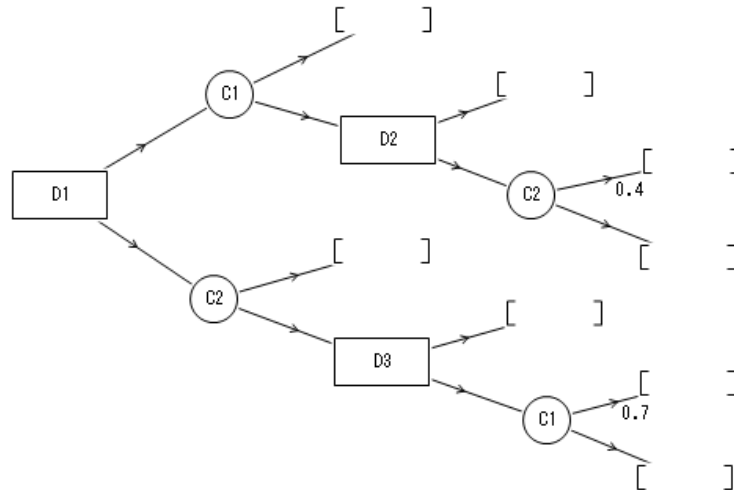
演習 2 パソコンを使って問題を解く

- ある会社で新製品開発を他社に依頼するか自社開発するか選ぼうとしている (D1)。
- 他社に依頼する場合 (C1) には契約金 5,000 万円がかかるが、自社開発 (C2) だと 3,000 万円の予算である。
- 他社に依頼する場合 (C1) には、仕様をみたす製品になる確率が 0.7 で、これにより当社の利益は 7,000 万円である。うまく行かない場合には開発を断念することも、自社開発で一度だけ再挑戦することもできる (D2)。開発を断念する場合、利益はなくなる。
- 自社開発では、うまく行く確率は 0.4 で利益はノウハウの蓄積も合わせて 8,000 万円となる。うまく行かない場合、開発を断念することも一度だけ他社に依頼して再挑戦

することもできる (D3)。開発を断念する場合、利益は無くなる。

5. 再挑戦の場合の条件は、2つのケース (D2 と D3) とともに最初に挑戦する場合と同じである。

- 1) パソコンを使って以下のデシジョンツリーを作り、ボックスとラインをクリックしてデータを完成させよ。但し、□から出る線には金額、○から出る線には確率を入れる。



「分析実行」ボタンを押して以下の問いに答えよ。

- 2) 一度失敗した場合 (D2) の利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。
 やめる [] 万円
 再挑戦 [] 万円
 [やめる・再挑戦] を選択する。
- 3) 一度失敗した場合 (D3) の利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。
 やめる [] 万円
 再挑戦 [] 万円
 [やめる・再挑戦] を選択する。
- 4) 最初の段階 (D1) での利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。
 他社に依頼する [] 万円
 自社開発する [] 万円
 [他社に依頼する ・ 自社開発する] を選択する。
- 5) 「グラフィック表示」のボタンを押した結果を前ページの図にすべて書き込め。

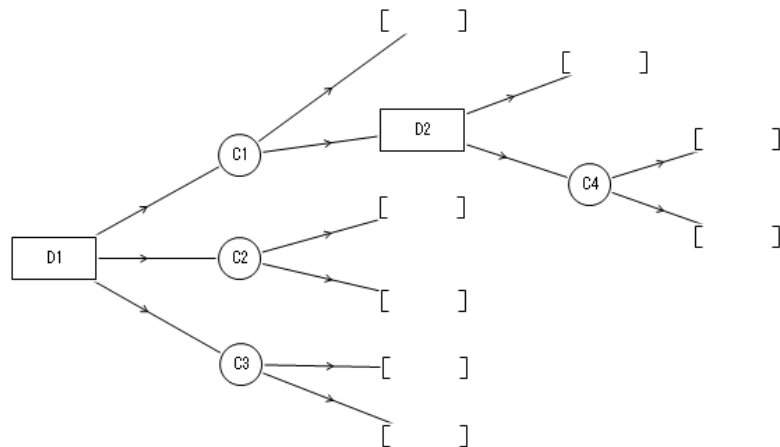
演習 3

以下の状況説明を読んで問いに答えよ。

1. A 社に B 社から機械の納入の相談があった。

2. 成功した場合の報酬は 2000 万円、失敗した場合の違約金は 600 万円である。
3. A 社は 3 つの開発法 C1, C2, C3 を持っており、最初にどれか選べる (D1)。
4. C1 には開発費 500 万円、C2 には 1000 万円、C3 には 1500 万円がかかる。
5. C1 で成功する確率は 0.3、失敗する確率は 0.7 である。
6. C1 で失敗した場合、違約金を払って開発を打ち切るか、再度 C1 の改良型 C4 で挑戦する方法がある (D2)。
7. C4 の開発費はこれまでの設備を応用できて 700 万円で、成功する確率は 0.6、失敗する確率は 0.4 である。
8. C2 で成功する確率は 0.7、失敗する確率は 0.3 である。
9. C2 で失敗した場合は違約金を払って開発を中止するしかない。
10. C3 で成功する確率は 0.8、失敗する確率は 0.2 である。
11. C3 で失敗した場合は違約金を払って開発を中止するしかない。

1) 上の問題を表すデシジョンツリーの線と [] に必要なデータを書き込め。

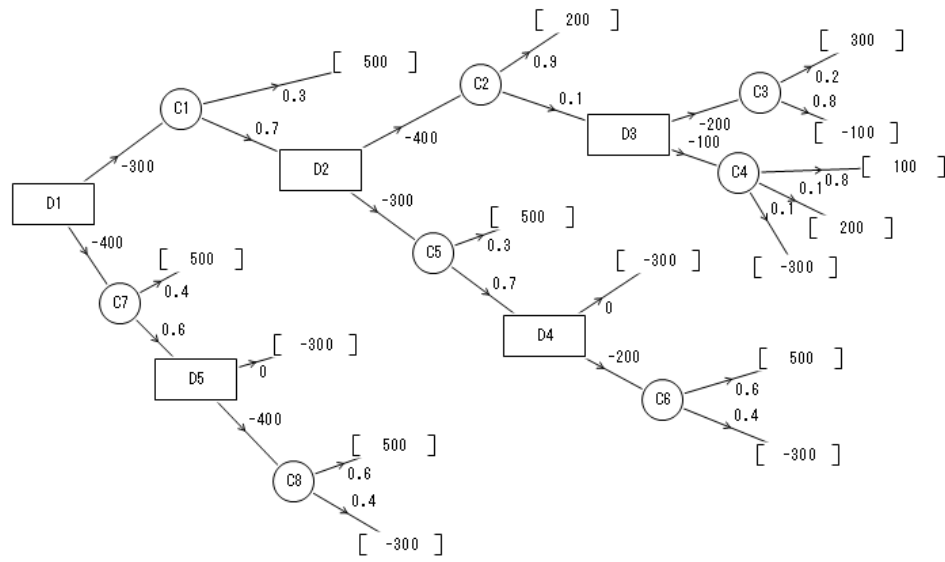


書きこんだデータを用いて分析を実行し、以下の問いに答えよ。

- 2) C1 で一度失敗した場合の意思決定 (D2) の利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。
 やめる [] 万円
 C4 で再挑戦 [] 万円
 [やめる ・ C4 で再挑戦] を選択する。
- 3) 最初の段階 (D1) での利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。
 C1 を選択 [] 万円
 C2 を選択 [] 万円
 C3 を選択 [] 万円
 [C1 ・ C2 ・ C3] を選択する。

演習 4

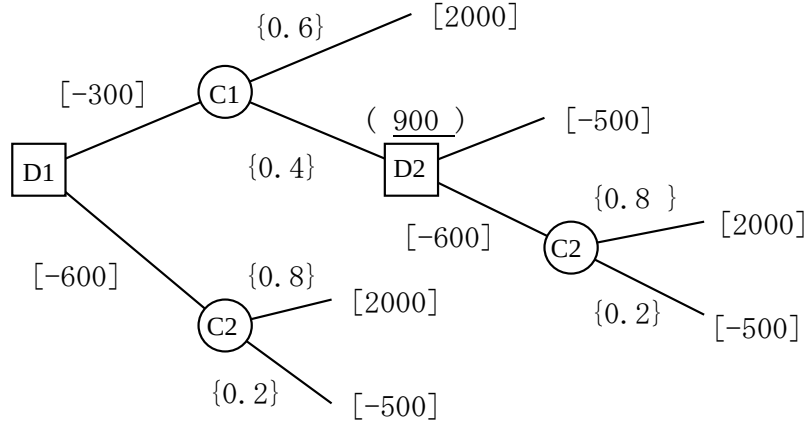
以下の意思決定過程の各意思決定 D1～D5 では、それぞれのチャンスイベント（または定数）を選択すれば効率的か。



結果を「グラフィック表示」で出力し、D1～D5 までの意思決定をこれらの□の上に、期待値をすべてのチャンスイベントの○の上に記入し、最良の戦略を取りつつも運悪く結果が失敗するまでの道筋をのデシジョンボックスを強調して示せ。

問題 1 解答

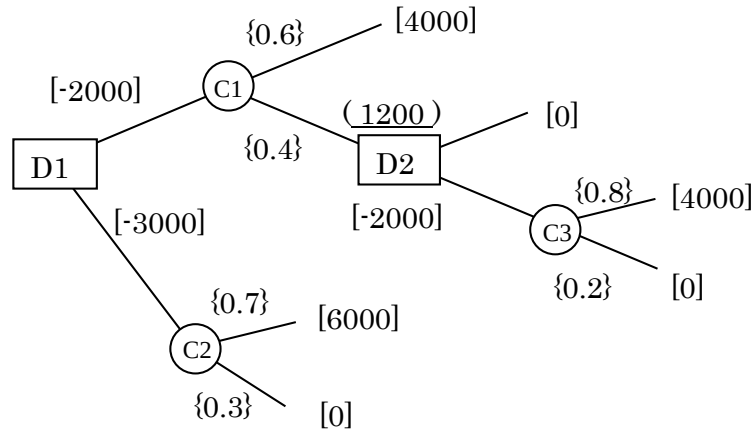
1) デシジョンツリーを完成させよ。但し、[] は金額、{ } は確率である。



- 2) 一度失敗した場合 (D2) の利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。
やめる [-500] 万円
C2 で再挑戦 [900] 万円 [やめる ・ C2 で再挑戦] を選択する。
- 3) 最初の段階 (D1) での利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。
C1 を選択 [1260] 万円
C2 を選択 [900] 万円 [C1 ・ C2] を選択する。

問題 2 解答

1) 空欄を埋めてデシジョンツリーを完成させよ。但し、[] は金額、{ } は確率である。



2) 一度失敗した場合 (D2) の利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。

やめる [0] 万円

再挑戦 [1200] 万円

[やめる・再挑戦] を選択する。

3) 最初の段階 (D1) での利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。

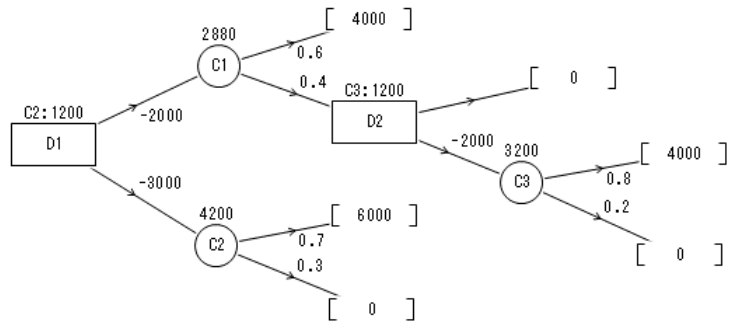
C1 を選択 [880] 万円

C2 を選択 [1200] 万円

[C1・C2] を選択する。

問題 3 解答 パソコンを使って問題を解く (問題 2 と同じ問題である)

1) パソコンを使って以下のデシジョンツリーを作り、ボックスとラインをクリックしてデータを完成させよ。但し、□から出る線には金額、○から出る線には確率を入れる。



2) 一度失敗した場合 (D2) の利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。

やめる [0] 万円

再挑戦 [1200] 万円

[やめる・再挑戦] を選択する。

3) 最初の段階 (D1) での利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。

C1 を選択 [880] 万円

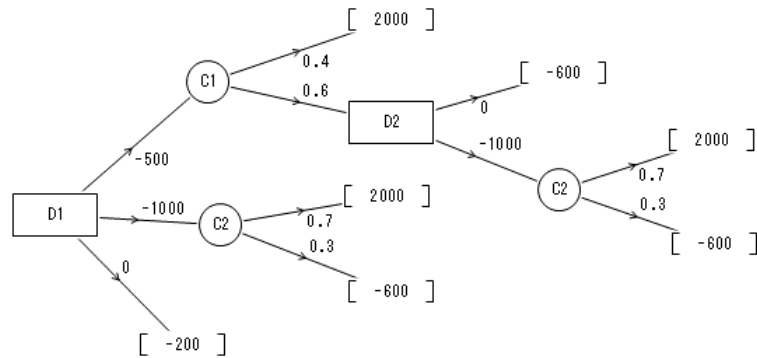
C2 を選択 [1200] 万円

[C1・C2] を選択する。

4) 「グラフィック表示」のボタンを押した結果を前ページの図にすべて書き込め。

演習 1 解答 パソコンを使って問題を解く

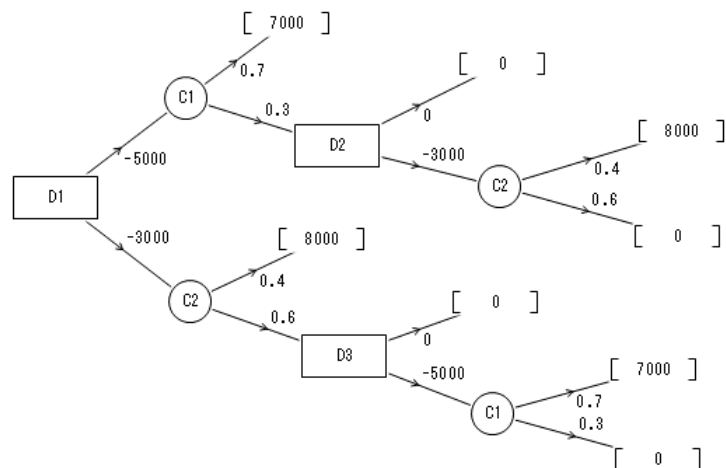
- 1) パソコンを使って以下のデシジョンツリーを作り、ボックスとラインをクリックしてデータを完成させよ。但し、□から出る線には金額、○から出る線には確率を入れる。



- 2) C1 で一度失敗した場合の意思決定 (D2) の利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。
 やめる [-600] 万円
 C2 で再挑戦 [220] 万円
 [やめる ・ **C2 で再挑戦**] を選択する。
- 3) 最初の段階 (D1) での利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。
 C1 を選択 [432] 万円
 C2 を選択 [220] 万円
 受注しない [-200] 万円
 [**C1** ・ C2 ・ 受注しない] を選択する。
- 4) 「グラフィック表示」のボタンを押した結果を前ページの図にすべて書き込め。

演習 2 解答 パソコンを使って問題を解く

- 1) パソコンを使って以下のデシジョンツリーを作り、ボックスとラインをクリックしてデータを完成させよ。但し、□から出る線には金額、○から出る線には確率を入れる。

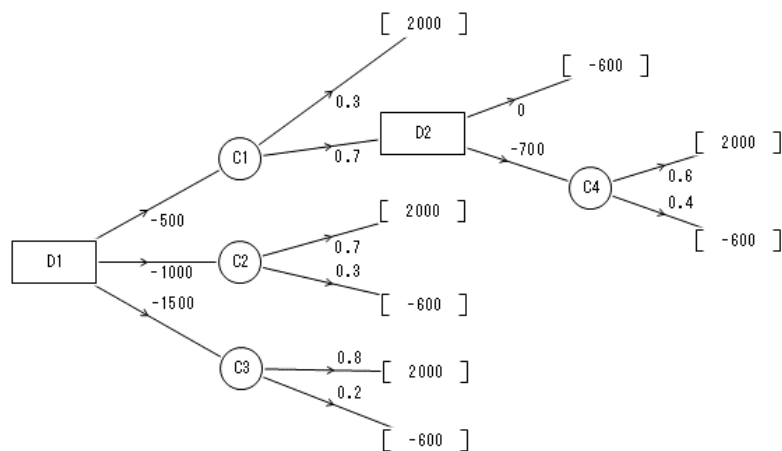


- 2) 一度失敗した場合 (D2) の利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。
 やめる [0] 万円
 再挑戦 [200] 万円
 [やめる ・ **再挑戦**] を選択する。

- 3) 一度失敗した場合 (D3) の利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。
 やめる [0] 万円
 再挑戦 [-100] 万円
 [やめる] ・ 再挑戦] を選択する。
- 4) 最初の段階 (D1) での利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。
 他社に依頼する [-40] 万円
 自社開発する [200] 万円
 [他社に依頼する ・ 自社開発する] を選択する。
- 5) 「グラフィック表示」のボタンを押した結果を前ページの図にすべて書き込め。

演習 3 解答

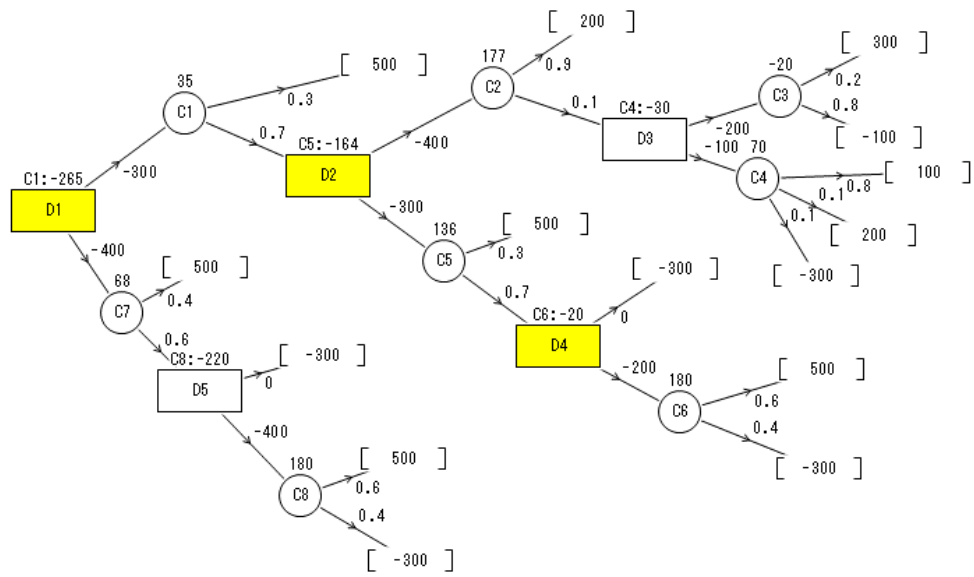
- 1) 上の問題を表すデシジョンツリーの線と [] に必要なデータを書き込め。



- 2) C1 で一度失敗した場合の意思決定 (D2) の利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。
 やめる [-600] 万円
 C4 で再挑戦 [260] 万円
 [やめる ・ C4 で再挑戦] を選択する。
- 3) 最初の段階 (D1) での利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。
 C1 を選択 [282] 万円
 C2 を選択 [220] 万円
 C3 を選択 [-20] 万円
 [C1 ・ C2 ・ C3] を選択する。

演習 4 解答

以下の意思決定過程の各意思決定 D1～D5 では、それぞれのチャンスイベント（または定数）を選択すれば効率的か。



結果を「グラフィック表示」で出力し、D1～D5までの意思決定をこれらの□の上に、期待値をすべてのチャンスイベントの○の上に記入し、最良の戦略を取りつつも運悪く結果が失敗するまでの道筋のデシジョンボックスを強調して示せ。

3. リスク分析

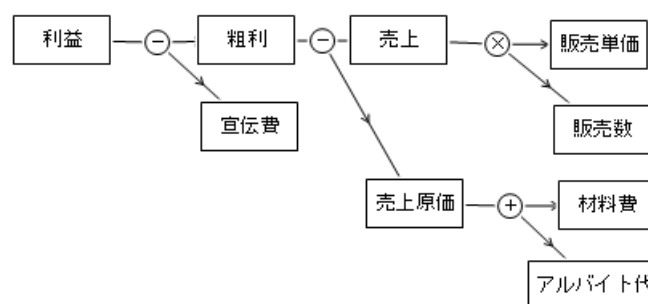
3.1 リスク分析とは

事業体の利益（一般には量的な各種指標）は、意思決定者の決断とそれによる影響、及び意思決定者には操作不能の、事業体を取り巻く環境によって変化する。リスク分析は、事業体の利益に関する数量的構造モデルを作成し、その中で、意思決定者が決定できる事項には1つの数値を設定し、環境には上限と下限の幅を持った数値を設定して、それらの影響により利益がどのように変化するかを調べる手法である。

ここでは以下の例を用いてリスク分析について説明する。

例

以下のような利益の構造がある。この構造を用いて平均的な利益の大きさや、販売数や材料費、アルバイト代などが変化するときの利益の変動について調べよ。



リスク分析では、数値間の関係を表すツリー構造が重要である。これが決まると、基本的に表計算ソフトでも計算が可能である。専用のプログラムを使用する利点は、環境変数の変動についてのシミュレーションが簡単にできることである。

構造について、 $\oplus$ や $\otimes$ は下位の変数をすべて足したり、かけたりして上位（左側）の変数の値を決めるものであるが、 $\ominus$ や $\oslash$ は一番上の位置の変数から下の変数を引いて（割って）、上位の変数の値を決めるものである。例えば、利益は、粗利から宣伝費を引いたものであり、売り上げは、販売単価と販売数をかけたものである。

まず、利用者は末端に位置する変数に対して、それが、決定される変数か、変動する変数かを考える。ここでは、決定される変数として「販売単価」、「宣伝費」を選び、変動する変数として「販売数」、「材料費」、「アルバイト代」を選ぶ。「販売単価」は1個300円、宣伝費は50,000円とした。また、「販売数」は基準値を1,000個として800から1,000個、材料費は基準値を80,000円として70,000円～110,000円、アルバイト代は基準値を50,000円として40,000円から60,000円とした。

リスク分析では、これらの値を用いて以下のような結果を求める。基準値を用いた、売り上げ、粗利、利益の予想。販売数や単価を変えた場合のこれらの値の変化。例えば、利益はどの変数の変動の影響を受けやすいか。変動する変数をランダムに変化させたとき、利益はどのように変動するか。分析ソフトでは、これらを表や図として確認する。

3.2 プログラムの利用法

我々のリスク分析のプログラムは、構造モデルをグラフィックエディタによる図で表現し、What-If 分析を実行したり、設定値を確率的に変化させるモンテカルロシミュレーション等を行ったりできるツールである。

メニュー「分析－意思決定支援他－リスク分析」を選択すると、図 1 で与えられる分析メニューが表示される。

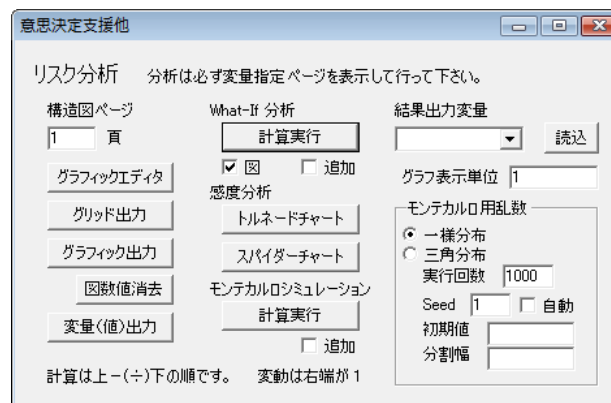


図 1 分析メニュー

左側の上 3 つのボタンは、グラフィックエディタ関連のボタンである。「グラフィックエディタ」ボタンでグラフィックエディタを表示し、例えば図 2 のような構造図を描く。

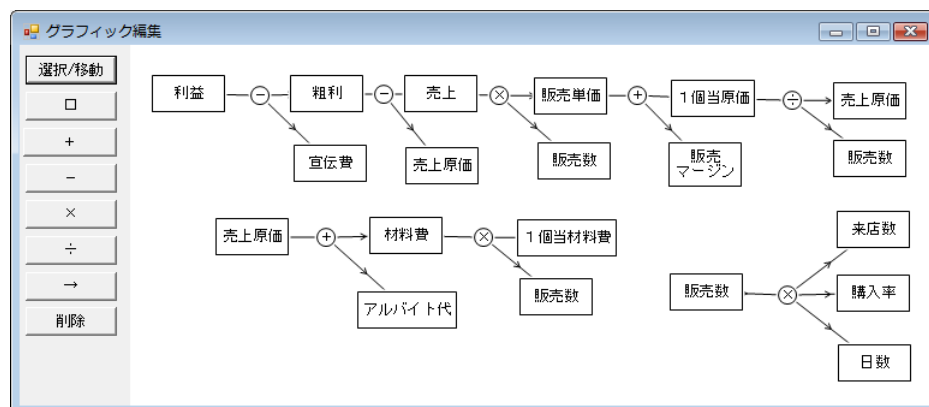


図 2 リスク分析構造図

左側の「□」ボタンで変数を描き、「+」「-」「×」「÷」ボタンで演算の種類、「→」ボタンで演算関係を結んで行く。但し、「-」ボタンは、図の中で一番上の変数から下に続く変数を引くことを意味する。「÷」ボタンも同様である。この中で例えば、「販売数」は 4 か所に見られるが、これは図の右下の、販売数が最上位に位置する関係によって定義される。「売上原価」も同様である。そのため、変数名は間違わないよう入力しておかなければならない。特に半角と全角の数字や英字は注意が必要である。

構造図ができたら、分析メニュー左下の「変量（値）出力」ボタンをクリックする。それ

によって構造図は、分析メニュー左上の「構造図ページ」テキストボックスで示されるグリッドエディタのページに書き込まれ、ユーザーが値を指定する変数の入力形式が図 3a のように出力される。

	変数値	基準値	最小値	最大値	変動[0/1]
▶ アルバイト代					
宣伝費					
日数					
来店数					
販売マージン					
購入率					
1個当材料費					

図 3a グリッドエディタ貼付用データ入力画面

この画面をグリッドエディタにコピーして、必要なデータを図 3b のように入力する。

	変数値	基準値	最小値	最大値	変動[0/1]
▶ アルバイト代	82000				0
宣伝費	130000	150000	130000	150000	1
日数	30				0
来店数	3500	3500	3200	4300	1
販売マージン	140	140	110	150	1
購入率	0.02	0.02	0.015	0.03	1
1個当材料費	70				0

図 3b グリッドエディタでのデータ入力

ここで、変数値は **What-If** 分析の中で使用するデータ値、最小値と最大値はデータの中で考えられる最小と最大、基準値は尤もらしいと思われる値であり、変数値は特別な設定でない限り、基準値を用いる。変数の値が1つに決まる場合は、変数値のみ記入する。「変動[0/1]」は、以後のトルネードチャートやスパイダーチャート、またモンテカルロシミュレーションで値を変動させるかどうかを決める変数で、0は固定値、1は変動値である。

グリッドエディタで変数入力画面を表示して、**What-If** 分析の「計算実行」ボタンをクリックすると、変数値を元にして「構造図ページ」で指定した構造図に基づいて計算を実行する。計算結果は、図と表で、図 4 と図 5a のように示される。

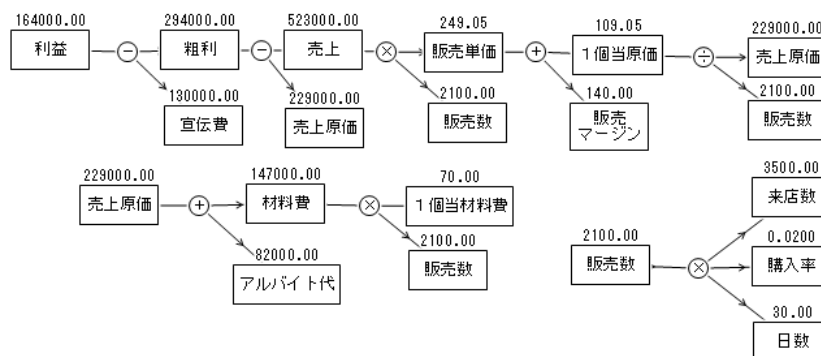


図 4 構造図の計算結果

What-If 分析	
利益	164000
売上原価	229000
販売数	2100
アルバイト代	82000
売上	523000
宣伝費	130000
日数	30
材料費	147000
来店数	3500
粗利	294000
販売マージン	140
販売単価	249.05
購入率	0.02
1個当原価	109.05
1個当材料費	70

図 5a 単独結果表示

What-If 分析			
利益	164000	237500	311000
売上原価	229000	265750	302500
販売数	2100	2625	3150
アルバイト代	82000	82000	82000
売上	523000	633250	743500
宣伝費	130000	130000	130000
日数	30	30	30
材料費	147000	183750	220500
来店数	3500	3500	3500
粗利	294000	367500	441000
販売マージン	140	140	140
販売単価	249.05	241.24	236.03
購入率	0.02	0.025	0.03
1個当原価	109.05	101.24	96.03
1個当材料費	70	70	70

図 5b 複数結果表示

追加チェックボックスをチェックして、設定を変えた計算結果を図 5b のように追加して行くこともできる。図 5b は購入率を 0.02, 0.025, 0.03 と変えて行った場合の結果の変化である。

次に変量の変動が利益（一般に結果を出力する変量）に及ぼす影響を見る。最初に結果出力変量の「読込」ボタンをクリックし、コンボボックスで「利益」を選択する。その後、「トルネードチャート」ボタンをクリックすると、図 3b で変動が 1 の変量を最小値から最大値へ動かしてできるトルネードチャートと呼ばれるグラフが表示される。結果を図 6 に示す。

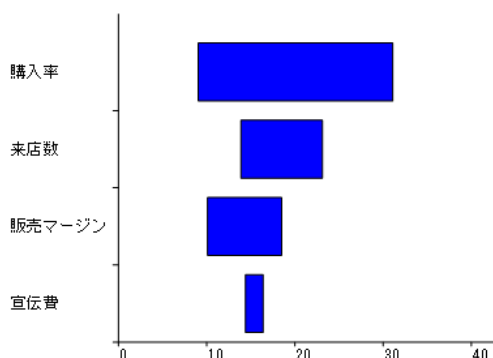


図 6 トルネードチャート

ここで横軸の単位は、分析メニューの「グラフ表示単位」のテキストボックスで、10000 に設定してあり、1 万円単位になっている。この図によって利益はどの変数の変動の影響を受け易いか知ることができる。

トルネードチャートは最小値と最大値で変動を見たが、その間を細かく分割して見るグラフがスパイダーチャートである。分析メニューの「スパイダーチャート」ボタンをクリックすると図 7 のようなスパイダーチャートが表示される。

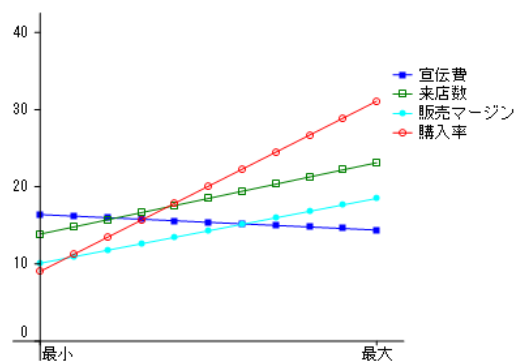


図 7 スパイダーチャート

横軸は各変数の最小値から最大値への変化を表す。その変化によって利益が増大することも減少することもある。

これまでは、1つの変数の変化によって利益がどのように変化するか見てきたが、これらの変数が同時に変化する場合、利益はどのように変動するのであろうか。これを調べるのがモンテカルロシミュレーションである。分析メニューでモンテカルロシミュレーションの「計算実行」ボタンをクリックすると、図 3b で変動が 1 の変数について、右下のモンテカルロ用乱数グループボックス内の分布で変動する場合の利益の分布が、ヒストグラムで表示される。図 8a は分布が最小値から最大値の一様分布の場合、図 8b は基準値を頂点とする三角分布の場合である。

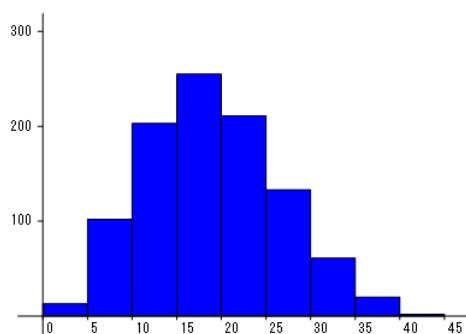


図 8a 一様分布に基づく利益の変動

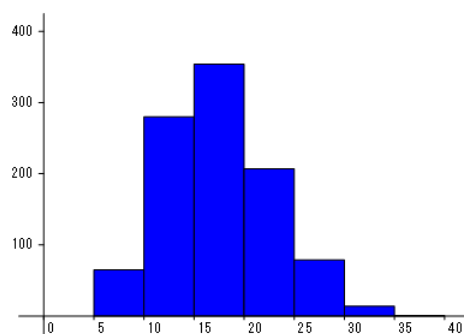


図 8b 三角分布に基づく利益の変動

ここでは「追加」チェックボックスをチェックすることにより、条件を変えた場合のシミュレーション結果の比較を行うこともできる。図 9 に日数を 30 日と 35 日にした場合の比較の例を示す。

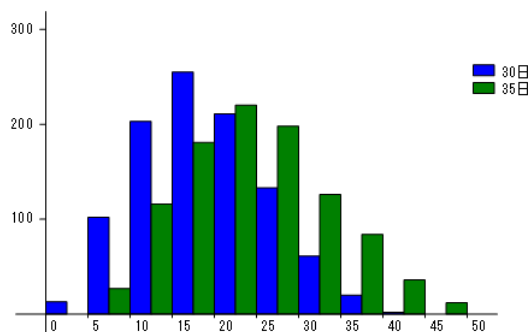
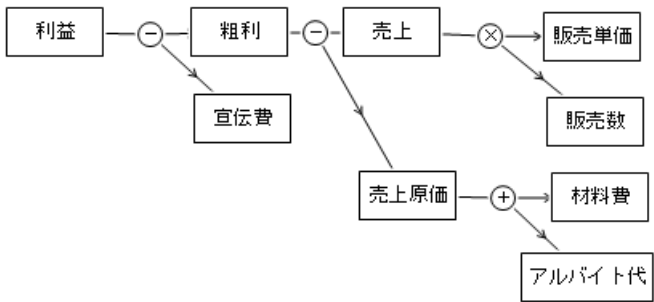


図 9 一様分布に基づく利益の変動の比較

問題

以下のような利益の構造がある。グラフィックエディタを用いてデータを入力する。



「変量（値）出力」ボタンでデータ入力画面を表示し、以下のように入力する。

	変量値	基準値	最小値	最大値	変動[0/1]
アルバイト代	50000	50000	40000	60000	1
宣伝費	50000				0
材料費	80000	80000	70000	110000	1
販売単価	300				0
販売数	1000	1000	800	1200	1

これらのデータを用いて、以下の問いに答えよ。

1) 上の設定で以下はいくらになるか。

利益	粗利	売上	売上原価

2) 販売単価を 270 円にして、販売数が 1200 が増えると、以下はいくらになるか。

利益	粗利	売上	売上原価

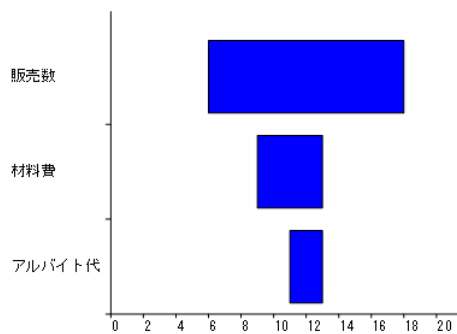
注) このように設定を変えて変更を見る分析を、What-If 分析という。

販売単価と販売数を元の設定に戻すこと

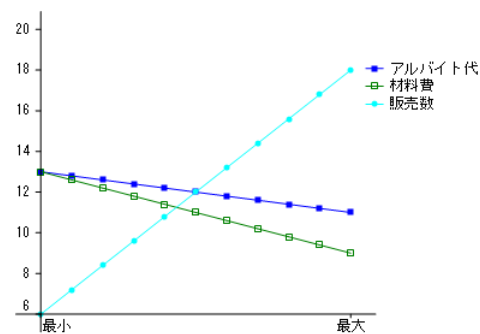
- 3) アルバイト代、材料費、販売数の値を最小値から最大値まで別々に変化させたとき、利益がどのように変化するかを示す。トルネードチャート（下図 単位、万円）を描け。
- 4) 利益が最も大きく変化する変量は何か。[]
- 5) それぞれの変量が増加する時の利益の最小値と最大値はいくらか。

利益について	販売数	材料費	アルバイト代
最小値			
最大値			

- 6) 販売数、材料費、アルバイト代が最小から最大になるとき、利益はどのように変化するか。スパイダーチャート（下図 単位、万円）を描いて表示する。

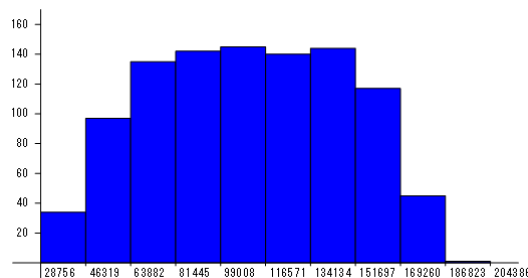


トルネードチャート



スパイダーチャート

- 7) 販売数、材料費、アルバイト代を一様分布として変化させるモンテカルロシミュレーションを実行し、利益のヒストグラムを表示する。その際、シミュレーションの設定はデフォルトとする。

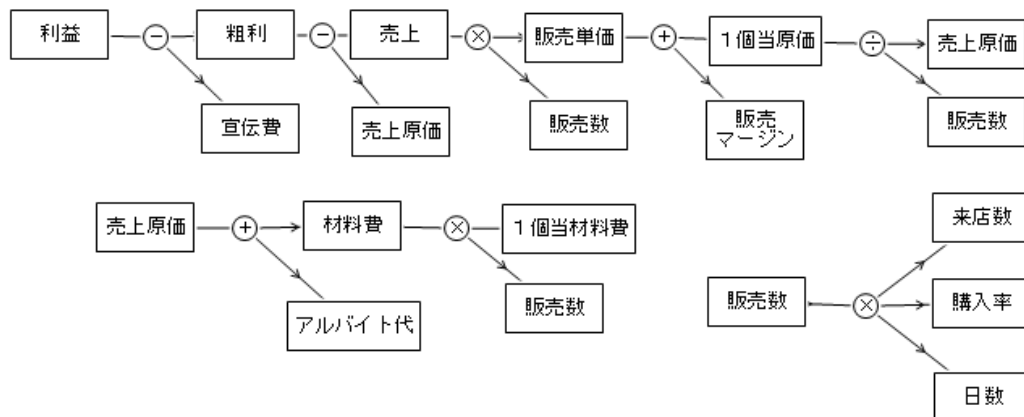


- 8) 上のシミュレーションで、利益の平均値、中央値、標準偏差を求めよ。

平均値 [] 中央値 [] 標準偏差 []

演習

以下のような利益の構造がある。グラフィックエディタを用いてデータを入力する。



「変量（値）出力」ボタンでデータ入力画面を表示し、以下のように入力する。

	変量値	基準値	最小値	最大値	変動[0/1]
アルバイト代	82000				0
宣伝費	130000	150000	130000	150000	1
日数	30				0
来店数	3500	3500	3200	4300	1
販売マージン	140	140	110	150	1
購入率	0.02	0.02	0.015	0.03	1
1個当材料費	70				0

これらのデータを用いて、以下の問いに答えよ。

1) 上の設定で以下はいくらになるか。

利益	粗利	売上	売上原価	販売数

2) 購入率を 0.022 にすると以下はいくらになるか。

利益	粗利	売上	売上原価	販売数

購入率の設定を元に戻すこと

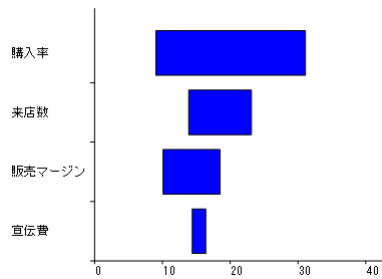
3) 宣伝費、来店数、販売マージン、購入率の値を最小値から最大値まで別々に変化させたとき、利益がどう変化するかを示す。トルネードチャート（下図 単位万円）を描け。

4) 利益が最も大きく変化する変量は何か。[]

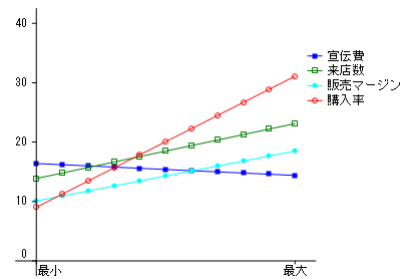
5) それぞれの変量に変化する時の利益の最小値と最大値はいくらか。

利益について	宣伝費	来店数	販売マージン	購入率
最小値				
最大値				

6) 宣伝費、来店数、販売マージン、購入率が最小から最大になるとき、利益はどのように変化するか。スパイダーチャート（下図 単位、万円）を描いて表示する。



トルネードチャート

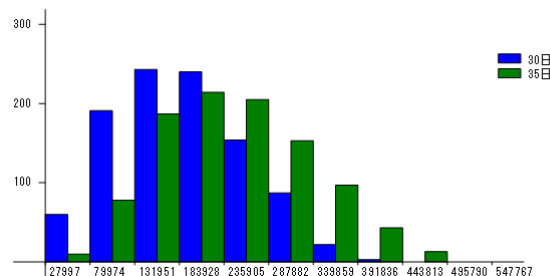


スパイダーチャート

- 7) 来店数、購入率が変化するとき、販売数の最小値と最大値はいくらか。

販売数について	来店数	購入率
最小値		
最大値		

- 8) 宣伝費、来店数、販売マージン、購入率を一様分布とし、日数を 30 日と 35 日にしたモンテカルロシミュレーションを実行し、利益について比較する以下のヒストグラムを表示する。



- 9) 上のシミュレーションで、利益の平均値、中央値、標準偏差を求めよ。

30 日のとき 平均値 [] 中央値 [] 標準偏差 []
 35 日のとき 平均値 [] 中央値 [] 標準偏差 []

問題解答

- 1) 上の設定で以下はいくらになるか。

利益	粗利	売上	売上原価
120000	170000	300000	130000

- 2) 販売単価を 270 円にして、販売数が 1200 に増えると、以下はいくらになるか。

利益	粗利	売上	売上原価
144000	194000	324000	130000

- 3) アルバイト代、材料費、販売数の値を最小値から最大値まで別々に変化させたとき、利益がどのように変化するかを示す。トルネードチャート（下図 単位万円）を描け。
 4) 利益が最も大きく変化する変数は何か。[販売数]

- 5) それぞれの変量が増加する時の利益の最小値と最大値はいくらか。

利益について	販売数	材料費	アルバイト代
最小値	60000	90000	110000
最大値	180000	130000	130000

- 9) 上のシミュレーションで、利益の平均値、中央値、標準偏差を求めよ。
 平均値 [110148] 中央値 [108819] 標準偏差 [37753]

演習解答

- 1) 上の設定で以下はいくらになるか。

利益	粗利	売上	売上原価	販売数
164000	294000	523000	229000	2100

- 2) 購入率を 0.022 にすると以下はいくらになるか。

利益	粗利	売上	売上原価	販売数
193400	323400	567100	243700	2310

- 3) 宣伝費、来店数、販売マージン、購入率の値を最小値から最大値まで別々に変化させたとき、利益がどう変化するかを示す。トルネードチャート（下図 単位万円）を描け。
 4) 利益が最も大きく変化する変量は何か。[購入率]
 5) それぞれの変量が増加する時の利益の最小値と最大値はいくらか。

利益について	宣伝費	来店数	販売マージン	購入率
最小値	144000	138800	101000	90500
最大値	164000	231200	185000	311000

- 7) 来店数、購入率が増加するとき、販売数の最小値と最大値はいくらか。

販売数について	来店数	購入率
最小値	1920	1575
最大値	2580	3150

- 9) 上のシミュレーションで、利益の平均値、中央値、標準偏差を求めよ。
 30 日のとき 平均値 [189817] 中央値 [184916] 標準偏差 [74188]
 35 日のとき 平均値 [244834] 中央値 [238862] 標準偏差 [86494]

4. 社会的意決定手法

2.1 集团的順位決定法とは

何かのコンテストで、何人かの候補に順位を付けることは、厳密な基準がない場合、個人的な主観に左右されることが多い。そのため、審査員を複数人にして合意を図ることが多いが、合意の方法は、審査員同士の協議による方法、各自が点数を持って採点を行う方法、各自が付けた順位を利用する方法など様々である。これらの複数人の審査員による順位決定の方法を集团的順位決定法という。問題は、うまい順位決定の方法を取ると多くの人の賛同が得られるが、順位決定の方法によっては批判を受ける場合もあるということである。次の例を見てみよう。

料理コンクールで A, B, C 3 人の候補に対し、4 人の審査員が 10 点満点で以下のように点数を付けた。これらの結果から合計得点によって順位を決めよ。

候補	審査員 1	審査員 2	審査員 3	審査員 4	合計	順位
A	6	5	6	2	19	2
B	4	4	5	5	18	3
C	3	3	4	10	20	1

さて、この結果に問題はないであろうか？問題があると考え人は多いのではなかろうか。審査員 4 の点数の振れ幅が他の審査員に比べて大きく、審査の点数に、審査員 4 の決定が大きく影響すると考えられる。例えば上の例では、審査員 1 から 3 が最下位にしている候補 C が、審査員 4 の影響で最終的に 1 位になっている。これは多くの人にとって納得しがたい決定であろう。このように点数による評価には、時として問題が含まれている場合がある。そのため、スポーツ競技などでは、最高と最低の点数を捨てるなどの措置が取られることが多い。ここではこのような問題が起こることが比較的少ない、順位による集团的順位決定法について説明する。

例えば、各審査員が順位を付けたとする。その順位の回数を候補者ごとにまとめ、1 位に 3 点、2 位に 2 点、3 位に 1 点と、1 点間隔で点数を付けたとする。この点数を合計してその総合計で順位を比較したものが以下の表である。この方法は等間隔ウェイトの順位法と呼ばれる。

等間隔ウェイトの順位法

順位	1	2	3		
ウェイト	3	2	1	加重合計	順位
A	3	0	1	10	1
B	0	4	0	8	2
C	1	0	3	6	3

結果を見ると、多くの人が納得するような穏当な順位が付けられている。このように順位による方法は、1人の審査員の強い思い込みやひいきによる影響を軽減する。

ここで、我々は順位を用いた3つの方法を、以下の例を用いて紹介する。味・見た目・アイデアなどの項目の点数を合計する方法もよく利用されるが、各自の点数の統一性（甘さや点数の範囲）があいまいなため、ここでは順位だけを利用する方法を示す。

例

料理コンクールで A, B, C, D 4人の候補に対し、10人の審査員が以下のように順位をつけた（Samples¥社会的意決定 1.txt）。これらの意見からできるだけ公平に優勝者を決める方法を考える。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	1	3	1	2	1	4	2	3	4	2
B	2	1	3	1	3	2	1	1	3	4
C	4	2	4	3	2	3	4	4	2	1
D	3	4	2	4	4	1	3	2	1	3

2.2 順位決定法

1) 等間隔ウェイトの順位法

これは候補者の各順位の数に等間隔のウェイトをかけて足して行く方法で、簡単なのでよく利用される方法である。表1に結果を示す。

表1 等間隔ウェイトによる順位決定

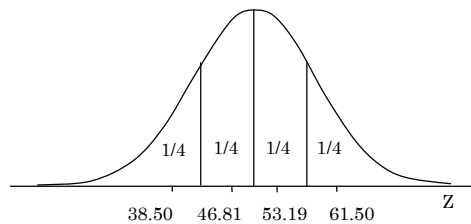
順位	1	2	3	4				
ウェイト	4	3	2	1	合計	加重合計	加重平均	評価
A	3	3	2	2	10	27.00	2.700	0.750
B	4	2	3	1	10	29.00	2.900	1.000
C	1	3	2	4	10	21.00	2.100	0.000
D	2	2	3	3	10	23.00	2.300	0.250
合計	10	10	10	10				

$$\text{評価} = (\text{加重平均} - \text{最小}) \div (\text{最大} - \text{最小})$$

ここで、評価は加重平均の最大が 1、最小が 0 になるように変換している。審査員が 1 位に 4 点、・・・ 4 位に 1 点と与え、合計をとる方法と同じである。

2) 正規性ウェイトの順位法

ウェイトにある程度分布の影響を持たせるため(上位の少ない人数のところはよりウェイトを高く、下位の少ない人数のところはよりウェイトを低く)、各順位の偏差値を利用する方法もある。



正規分布の密度関数を同面積で 4 等分（候補者数 n の場合は n 等分）し、それらの中央値の偏差値をウェイトとする。表 2 に結果を示す。

表 2 正規性ウェイトによる順位決定

順位	1	2	3	4				
ウェイト	61.50	53.19	46.81	38.50	合計	加重合計	加重平均	評価
A	3	3	2	2	10	514.69	51.47	0.734
B	4	2	3	1	10	531.32	53.13	1.000
C	1	3	2	4	10	468.68	46.87	0.000
D	2	2	3	3	10	485.31	48.53	0.266
合計	10	10	10	10				

評価の計算方法は同上

3) 一対比較法

例えば A と B で順位を比較し、勝った割合（確率）を一対比較表の横方向に記入する。これを一対比較表といい、表 3 のように表す。

表 3 一対比較表

	A	B	C	D
A		6/12	5/12	7/12
B	7/12		6/12	8/12
C	5/12	4/12		6/12
D	4/12	5/12	7/12	

注 1) 実際には勝った割合は、(勝ち数+1)/(比較数+2)で計算する。

注 2) 引き分けの場合は勝った数を 0.5 とする。(対角成分はすべて 0.5 となる)

その割合（確率）から、標準正規分布の変数値を求め、その合計と平均を記入する。表 4

に結果を示す。

表 4 一対比較法による順位決定

	A	B	C	D	合計	平均	評価
A	0.0000	-0.2104	0.2104	0.4307	0.4307	0.108	0.753
B	0.2104	0.0000	0.4307	0.2104	0.8516	0.213	1.000
C	-0.2104	-0.4307	0.0000	-0.2104	-0.8516	-0.213	0.000
D	-0.4307	-0.2104	0.2104	0.0000	-0.4307	-0.108	0.247

評価の計算方法は同上

2.3 プログラムの利用法

A, B, C, D の 4 人の候補に 10 人の審査員が順位を付ける場合の例として、図 1 にデータ入力画面を示す。ここに使われているデータは各審査員の与えた各候補の順位であるが、代わりに昇順または降順の得点を与えても順位に換算してくれる。



図 1 社会的意決定法データ入力画面

メニュー「分析－意思決定支援他－社会的意決定手法」を選択すると、図 2 のように、社会的意決定手法の分析画面が表示される。

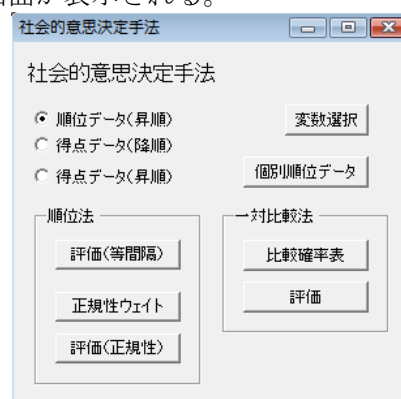


図 2 社会的意決定手法分析画面

得点データの場合は左のラジオボタンで指定するが、それを順位に変換したデータは「個別順位データ」ボタンで表示できる。順位法では等間隔ウェイトと正規性ウェイトがあるが、ウェイトの値は、等間隔ウェイトは明らかなので、正規性ウェイトのみ表示できるようにな

っている。一対比較法については一対比較の比較優位確率値と評価結果が表示できるようになっている。

まず順位法の等間隔ウェイトを用いた集計と評価結果を図3に示す。

順位	1	2	3	4	合計	加重合計	加重平均	評価
ウェイト	4	3	2	1				
A	3	3	2	2	10	27.00	2.700	0.750
B	4	2	3	1	10	29.00	2.900	1.000
C	1	3	2	4	10	21.00	2.100	0.000
D	2	2	3	3	10	23.00	2.300	0.250
合計	10	10	10	10				

図3 等間隔ウェイト順位法評価画面

ここで表の左半分の値は各候補が上の列名の順位を獲得した回数である。加重合計はこの回数にウェイトを掛けて合計したものであり、加重平均はそれを審査員の人数で割ったものである。評価は理論のところでも述べたように1位が1、最下位が0になるように線形変換したものである。

正規性ウェイトの確率値と標準正規分布の座標値及びウェイトについては「正規性ウェイト」ボタンを押すことにより、図4のように表示される。

	累積確率値	標準座標値	ウェイト
1	0.8750	1.1503	61.50
2	0.6250	0.3186	53.19
3	0.3750	-0.3186	46.81
4	0.1250	-1.1503	38.50

図4 正規性ウェイトの表示画面

このウェイトを用いた評価結果は図5のように表される。

順位	1	2	3	4	合計	加重合計	加重平均	評価
ウェイト	61.50	53.19	46.81	38.50				
A	3	3	2	2	10	514.69	51.47	0.734
B	4	2	3	1	10	531.32	53.13	1.000
C	1	3	2	4	10	468.68	46.87	0.000
D	2	2	3	3	10	485.31	48.53	0.266
合計	10	10	10	10				

図5 正規性ウェイト順位法評価結果

同順位が含まれている場合、例えば1位が2人いる場合、 $(1+2) \div 2 = 1.5$ として、両方1.5位として扱うが、それぞれの等間隔ウェイトは $5 - 1.5 = 3.5$ と定義する。また正規性ウェイトは、 $p_{1.5} = 1 - (1.5 - 0.5) \div 4 = 0.75$ の確率を用いて求めるようになっている。同順位が含まれる場合の具体的な等間隔ウェイトの評価画面を図6に示す。

順位	1	1.5	2	3	4	合計	加重合計	加重平均	評価
ウェイト	4	3.5	3	2	1				
A	2	1	3	2	2	10	26.50	2.650	0.647
B	4	1	1	3	1	10	29.50	2.950	1.000
C	1	0	3	2	4	10	21.00	2.100	0.000
D	2	0	2	3	3	10	23.00	2.300	0.235
合計	9	2	9	10	10				

図6 同順位が含まれる場合の等間隔ウェイト順位法評価画面

一対比較法において順位法で用いたデータと同じものから求めた比較優位確率値の表示

画面を図 7 に示す。この行列の成分は行要素が列要素に優る確率である。但し、理論のところ述べて補正は行っている。

	A	B	C	D
A	0.5000	0.4167	0.5833	0.6667
B	0.5833	0.5000	0.6667	0.5833
C	0.4167	0.3333	0.5000	0.4167
D	0.3333	0.4167	0.5833	0.5000

図 7 比較優位確率表表示画面

上の比較優位確率表の値が下側確率となる標準正規分布の座標値を求め、その合計を取って評価を行った実行画面を図 8 に示す。最終的な評価は三つの評価法で比較できるようになっている。

	A	B	C	D	合計	平均	評価
A	0.0000	-0.2104	0.2104	0.4307	0.4307	0.108	0.753
B	0.2104	0.0000	0.4307	0.2104	0.8516	0.213	1.000
C	-0.2104	-0.4307	0.0000	-0.2104	-0.8516	-0.213	0.000
D	-0.4307	-0.2104	0.2104	0.0000	-0.4307	-0.108	0.247

図 8 一対比較法評価結果

参考文献

- [1] 木下栄蔵, わかりやすい意思決定論入門, 近代科学社, 1996.

問題 1

あるコンテストで A～E の 5 人の候補に対し、10 人の審査員が以下のように順位をつけた (Samples¥社会的意決定 2.txt)。これらの意見から、等間隔ウェイトの順位法、正規性ウェイトの順位法、一対比較法で総合的な順位を決定せよ。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	3	4	1	2	2	1	3	4	4	2
B	2	1	3	5	1	2	2	1	1	5
C	1	2	2	1	3	4	1	2	2	1
D	5	3	4	4	5	3	4	5	3	3
E	4	5	5	3	4	5	5	3	5	4

注) College Analysis のデータは縦に入力されている。

順位法 (等間隔ウェイト)

順位	1	2	3	4	5			
ウェイト						加重平均	評価	順位
A								
B								
C								
D								
E								

順位法（正規性ウェイト）

順位	1	2	3	4	5			
ウェイト						加重平均	評価	順位
A								
B								
C								
D								
E								

一対比較法

順位	A	B	C	D	E	平均	評価	順位
A								
B								
C								
D								
E								

問題 2

ある国でアイドルコンテストが行われ、5 人の候補に 50 人の審査員が順位を付けたところ、Samples¥社会的意決定 3.txt のような結果が得られた。これらの意見から、等間隔ウェイトの順位法、正規性ウェイトの順位法、一対比較法で評価値を求め、総合的な順位を決定したい。以下の問いに答えよ。

1) 最も 1 位の多かったのは [ミス]

最も 5 位の多かったのは [ミス]

2) 等間隔ウェイトの順位法でウェイトはいくらか。

1 位	2 位	3 位	4 位	5 位

3) 正規性ウェイトの順位法でウェイトはいくらか。

1 位	2 位	3 位	4 位	5 位
62.82	55.24	50.00	44.76	37.18

4) 上の正規性ウェイトは各順位の人の正規分布の偏差値で与えられているが、3 位と 5 位の人の値は自分より下に何%の人がいるとして求められているか。

ヒント：各順位は同じ人数割合で分割されているものとする。

3 位：自分より下に [] %

5 位：自分より下に [] %

- 5) 一対比較法は各候補の順位で1対(2人)ごとに勝ち負けを決めて行く方法である。比較確率表によるとミスサンゴはミスパインと比較して勝率が0.3077であったが、これは何勝何敗だろうか。但し、比較確率表の勝率の値は(勝ち数+1)/(比較数+2)で与えられる。 [] 勝 [] 敗
- 6) 一対比較法の評価値は上の勝率から標準正規分布の性質を利用して求められるが、勝ち越せば [正 ・ 負] の値となり、負け越せば [正 ・ 負] の値となり、引き分ければ [] となる。
- 7) 各評価法の評価値を求め、総合的な順位を決定せよ。

評価法	等間隔順位法	正規性順位法	一対比較法	順位
ミスサンゴ				
ミスパイン				
ミスバナナ				
ミスパパイヤ				
ミスヤシ				

問題3

あるコンテストでA, B, C, Dの4人の候補に審査員10名が10点満点で採点を行った結果(この場合点数が高いほど良い・降順)、Samples¥社会的意決定 4.txtのような結果が得られた。しかし、辛口の審判もあり、そのままの点数の合計では問題がありそうなので、順位によって評価を下すことになった。

- 1) 審査員1～3番の個別の順位データを求めよ。

	A	B	C	D
1				
2				
3				

- 2) 例えば同点で2位になった2人の順位はどうなるか。 [] 位

例えば同点で2位になった3人の順位はどうなるか。 [] 位

- 3) 等間隔ウェイトの順位法、正規性ウェイトの順位法、一対比較法で評価値を求め、総合的な順位を決定せよ。

評価法	等間隔順位法	正規性順位法	一対比較法	順位
A				
B				
C				
D				

問題 1 解答

順位法（等間隔ウェイト）

順位	1	2	3	4	5			
ウェイト	5	4	3	2	1	加重平均	評価	順位
A	2	3	2	3	0	3.4	0.708	3
B	4	3	1	0	2	3.7	0.833	2
C	4	4	1	1	0	4.1	1	1
D	0	0	4	3	3	2.1	0.167	4
E	0	0	2	3	5	1.7	0	5

順位法（正規性ウェイト）

順位	1	2	3	4	5			
ウェイト	62.82	55.24	50	44.76	37.18	加重平均	評価	順位
A	2	3	2	3	0	52.56	0.718	3
B	4	3	1	0	2	54.14	0.825	2
C	4	4	1	1	0	56.70	1	1
D	0	0	4	3	3	44.58	0.175	4
E	0	0	2	3	5	42.02	0	5

一対比較法

順位	A	B	C	D	E	平均	評価	順位
A	0	-0.2104	-0.4307	0.6745	0.9674	0.200	0.704	3
B		0	0	0.6745	0.6745	0.312	0.797	2
C			0	0.9674	1.3830	0.556	1	1
D				0	0.2104	-0.421	0.188	4
E					0	-0.647	0	5

問題 2 解答

1) 最も 1 位の多かったのは [ミスパイン]

最も 5 位の多かったのは [ミスバナナ]

2) 等間隔ウェイトの順位法でウェイトはいくらか。

1 位	2 位	3 位	4 位	5 位
5	4	3	2	1

3) 正規性ウェイトの順位法でウェイトはいくらか。

1 位	2 位	3 位	4 位	5 位
62.82	55.24	50.00	44.76	37.18

4) 上の正規性ウェイトは各順位の人の正規分布の偏差値で与えられているが、3 位と 5 位の人の値は自分より下に何%の人がいるとして求められているか。

ヒント：各順位は同じ人数割合で分割されているものとする。

3 位：自分より下に [50] %

5 位：自分より下に [10] %

5) 一対比較法は各候補の順位で 1 対（2 人）ごとに勝ち負けを決めて行く方法である。比較確率表によるとミスサンゴはミスパインと比較して勝率が 0.3077 であったが、これは何勝何敗だろうか。但し、比較確率表の勝率の値は（勝ち数 + 1）／（比較数 + 2）で与えられる。 [15] 勝 [35] 敗

6) 一対比較法の評価値は上の勝率から標準正規分布の性質を利用して求められるが、勝ち越せば [正] ・ 負] の値となり、負け越せば [正] ・ [負] の値となり、引き分ければ [0] となる。

7) 各評価法の評価値を求め、総合的な順位を決定せよ。

評価法	等間隔順位法	正規性順位法	一対比較法	順位
ミスサンゴ	0.810	0.826	0.828	2
ミスパイン	1.000	1.000	1.000	1
ミスバナナ	0.000	0.000	0.000	5
ミスパパイヤ	0.655	0.648	0.682	3
ミスヤシ	0.379	0.368	0.394	4

問題3 解答

1) 審査員1～3番の個別の順位データを求めよ。

	A	B	C	D
1	2.5	4	1	2.5
2	4	3	1	2
3	2.5	2.5	4	1

2) 例えば同点で2位になった2人の順位はどうなるか。 [2.5] 位

例えば同点で2位になった3人の順位はどうなるか。 [3] 位

3) 等間隔ウェイトの順位法、正規性ウェイトの順位法、一対比較法で評価値を求め、総合的な順位を決定せよ。

評価法	等間隔順位法	正規性順位法	一対比較法	順位
A	0.000	0.000	0.000	4
B	0.200	0.218	0.196	3
C	0.720	0.734	0.701	2
D	1.000	1.000	1.000	1

2.4 社会的意決定手法の理論

ここではいくつかの候補に対して、複数の審査員によって総合的な評価を与える方法を考える。その方法としてよく用いられているものに、審査員が審査項目について点数を付けその合計を評価とする方法がある。しかし、この評価法は審査員の評価の厳しさのばらつきや評価の差についての不統一性から、最終評価が疑問視される場合もある。また、審査員が候補に対して順位を付け、その順位を用いて最終評価を行う場合もある。これについては審査員の個人差は抑えられるが、候補についての審査員の思い入れの強さは考えられていない。ここでは、審査員の個人差を押さえて総合評価を与える、順位を用いた方法について考える。

総合評価に審査員の順位を用いる方法でよく利用されるものに順位法と一対比較法がある。順位法は各候補の獲得した順位にあるウェイトを付けて合計を取って評価を競うものである。ウェイトの付け方には一般的によく用いられるウェイト間の間隔を一定とする等間隔ウェイトと標準正規分布の確率と座標値を利用する正規性ウェイトがある。

今候補数 r に対して s 人の審査員が順位を付けるものとする。候補 i について順位 k を獲得した回数を n_{ik} とし、順位 k に w_k 点のウェイトを与えるものとする。これにより候補 i が獲得した点数 d_i を以下のように計算する。

$$d_i = \sum_{k=1}^r w_k n_{ik}$$

評価 e_i はこの点数の最大が1、最低が0になるよう、以下のように定義する。

$$e_i = \frac{d_i - \min d}{\max d - \min d}$$

ここに $\max d$ と $\min d$ はそれぞれ d_i ($i=1, 2, \dots, r$)の最大値と最小値とする。

ウェイト w_k の与え方には2つの方法がよく利用される。1つは隣り合った順位の差が一定となるような等間隔ウェイトの方法で、もうひとつは標準正規分布の確率変数値を利用する正規性ウェイトの方法である。等間隔ウェイトの方法では、候補数 r の場合の順位 k のウェイトを簡単に $w_k = r - k + 1$ とすることが多い。例えば候補数4の場合、1位4、2位3、3位2、4位1である。

正規性ウェイトは、標準正規分布の密度関数の面積を r 等分し、各分割の中央値の座標をウェイトに利用する。すなわち、 $p_k = 1 - (k - 1/2)/r$ として、下側確率 p_k となる座標値 $z_k \equiv Z(p_k)$ を用いる。我々のプログラムではこの z_k を使ってウェイトを以下のように偏差値で定義している。

$$w_k = 50 + 10z_k$$

一対比較法では、各審査員について候補者を対にして順位を比べ、優っている方に1、劣っている方に0を付ける。この得点を用いて他の候補に対して優っている割合を計算し、その割合から標準正規分布の座標値を求め、その値を候補者ごとに合計して最終評価を決める。

順位法の場合と同じデータで候補 i と候補 j の順位を比較したとき、候補 i が優っていると評価した審査員が s_{ij} 人、その逆が s'_{ij} 人とする。もちろん $s_{ij} + s'_{ij} = s$ である。これを用いると候補 i が優っているとした審査員数の比率 p_{ij} は $p_{ij} = s_{ij}/s$ である。標準正規分布の下側確率が p_{ij} となる座標値 $z_{ij} \equiv Z(p_{ij})$ を用いて、得点 d_i は以下のように定義される。

$$d_i = \sum_{j=1}^r z_{ij}$$

但し、実用上は $p_{ij} = 0$ または $p_{ij} = 1$ となる場合があることから、比率 p_{ij} を以下のように再定義する。

$$p'_{ij} = (s_{ij} + 1)/(s + 2)$$

次にA, B, C, Dの4人の候補に10人の審査員が順位を付ける場合の例として、図1にデータ入力画面を示す。ここに使われているデータは各審査員の与えた各候補の順位であるが、代わりに昇順または降順の得点を与えても順位に換算してくれる。

5. ラフ集合分析

5.1 ラフ集合分析とは

ラフ集合分析は、商品やイベントなどについて、人の好みの分析に利用される。商品は様々な構成要素からなるが、どのような要素で好みが決まるか、要素の好まれる組み合わせ、好まれない組み合わせなどを求める分析である。

以下の例を用いてラフ集合分析について説明する。

例

以下の表（Samples¥ラフ集合分析 1.txt）は菓子メーカーの新製品の試食の結果を示したものである。これからどんな好みのルールが見つかるだろうか。

サンプル	原料	味	形	口当たり	選好
s1	小麦	塩	丸	堅め	それほど
s2	じゃが	しょうゆ	丸	堅め	好き
s3	もろこし	塩	丸	ソフト	それほど
s4	小麦	しょうゆ	四角	ソフト	好き
s5	じゃが	塩	四角	堅め	それほど
s6	じゃが	しょうゆ	丸	ソフト	好き
s7	もろこし	塩	丸	ソフト	好き

ここで、用語の説明として、原料、味、形、口当たりを条件属性、選好を決定属性という。条件属性を単に属性ともいう。また、この選好に対する条件の表を決定表という。決定表の中から選考を除いた条件属性だけの表を情報表ともいう。決定属性で分類されるサンプルを決定クラスという。

条件属性値により、選好 i が完全に決まるサンプルを選好 i の下近似という。例えば、選好「好き」の下近似は {s2, s4, s6}、選好「それほど」の下近似は {s1, s5} である。

また、条件属性値により、選好 i の候補となる、または選好 i の可能性があるサンプルを選好 i の上近似という。例えば、選好「好き」の上近似は {s2, s3, s4, s6, s7} で、「好き」と「それほど」両方になるような条件属性も含んでいる。また、選好「それほど」の下近似は {s1, s3, s5, s7} である。これらの下近似と上近似の集合をラフ集合という。ラフ集合を使って、選好を決めるルールを求める分析をラフ集合分析という。

同じ下近似と上近似を与える最小の属性の集合を決定表の縮約という。確実に選好 i が決まる属性値の組み合わせを選好 i の決定ルールという。この例の決定表の縮約結果は 3 種類あり、1) 原料, 味、2) 味, 口当たり、3) 原料, 形、となる。また、選好「好き」の決定ルールは、4 つの選考中、ルール「しょうゆ」が s2, s4, s6 の 3 つの選好に利用され、「じゃが&丸」が s2, s6 の 2 つの選好に利用されている。

ラフ集合分析の目的は、決定表から選好 i を得るための、属性値についてのルールを抽出し、どんな属性値の組み合わせが好まれ、またどんな属性値の組み合わせがあまり好まれないかを分析することである。

5.2 プログラムの利用法

経営科学の立場で言うと、ラフ集合分析は、どんな属性の組合せが良い選好結果を与えるかを求める分析手法である。ここではプログラムの利用法を表1の例を用いて説明する。

表1 スナック菓子の選好

サンプル	原料	味	形	口当たり	選好
s1	小麦	塩	丸	堅め	それほど
s2	じゃが	しょうゆ	丸	堅め	好き
s3	もろこし	塩	丸	ソフト	それほど
s4	小麦	しょうゆ	四角	ソフト	好き
s5	じゃが	塩	四角	堅め	それほど
s6	じゃが	しょうゆ	丸	ソフト	好き
s7	もろこし	塩	丸	ソフト	好き

表1はスナック菓子のサンプルs1からs7について、試食した好みの結果を与えたデータである。サンプルはいくつかの属性で分けられている。「原料」から「口当たり」までが条件属性で、「選好」が決定属性である。まず、このデータをメニュー「ファイルー開く」でプログラムに読み込んでおく。

メニュー「分析ー意思決定支援他ーラフ集合分析」を選択すると、図1に示される分析実行メニューが表示される。

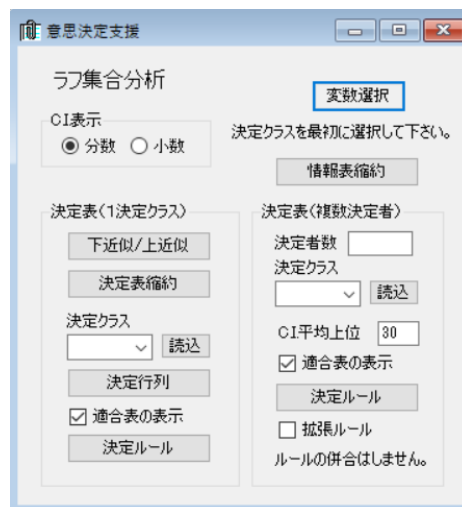


図1 分析実行メニュー

最初に、「変数選択」ボタンで、変数「原料」から「口当たり」までを選択し、「情報表縮約」ボタンをクリックすると図2の同値類の集合と縮約結果が表示される。

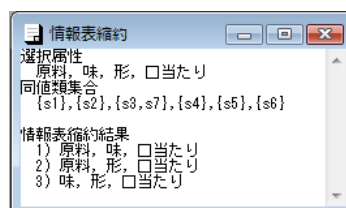


図2 情報表縮約結果

同値類とは、同じ属性を持つサンプルを1つにまとめたものである。この場合、縮約は3種類で、同じ同値類の集合を与える。

次に「変数選択」ボタンで、すべての変数を選択する。最初の変数は決定属性となる。「下近似/上近似」ボタンをクリックすると図3のような結果を与える。

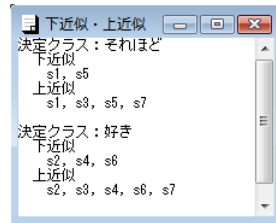


図3 下近似/上近似結果

これと同じ下近似と上近似となる最小の属性部分集合を与える決定表の縮約を求めるには「決定表縮約」ボタンをクリックする。結果を図4に示す。

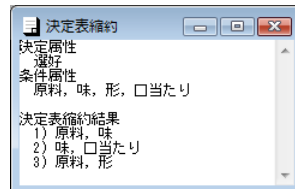


図4 決定表縮約結果

次に、分析メニュー左側の「読込」ボタンをクリックして、決定クラスを選択する（この場合は「好き」を選んでいる）。その後、「決定ルール」ボタンをクリックすると、図5のような決定ルールが表示される。

	C.I.	s2	s4	s6	s7
▶ しょうゆ	3/4	*	*	*	
じゃが&丸	2/4	*		*	
小麦&四角	1/4		*		
四角&ソフト	1/4		*		
小麦&ソフト	1/4		*		
じゃが&ソフト	1/4			*	

図5 決定クラス「好き」の決定ルールと信頼性

C.I.はそのルールがどれだけの要素の選好に利用されたかを表す量である。

これまで述べてきたことは、意思決定者が1人の場合である。表1に意思決定者が3人の場合の決定表の例を示す。

表1 スナック菓子の選好（複数回答者）

サンプル	原料	味	形	口当たり	選好1	選好2	選好3
s1	小麦	塩	丸	堅め	それほど	それほど	それほど
s2	じゃが	しょうゆ	丸	堅め	好き	好き	好き
s3	もろこし	塩	丸	ソフト	それほど	それほど	好き
s4	小麦	しょうゆ	四角	ソフト	好き	好き	好き
s5	じゃが	塩	四角	堅め	それほど	好き	それほど
s6	じゃが	しょうゆ	丸	ソフト	好き	好き	好き
s7	もろこし	塩	丸	ソフト	好き	好き	好き

複数人の場合は、各人のルールを集め、その中で、決定クラスの要素の選好に利用された数を決定クラスの全要素数（人数分の合計）で割ったものの大きい順に並べてみる。右側の決定表グループボックスの属性数を入力し、決定クラスを選択し、「決定ルール」ボタンをクリックすると図 6 のような決定ルールが表示される。表示されるルール数を変更する場合は C.I.平均上位テキストボックスに記入する（デフォルトは 30）。

	CI選好1	CI選好2	CI選好3	CI全体
▶ しょうゆ	3/4	3/5	3/5	9/14
じゃが&丸	2/4	0/5	2/5	4/14
ソフト	0/4	0/5	4/5	4/14
じゃが	0/4	3/5	0/5	3/14
小麦&四角	1/4	0/5	1/5	2/14
小麦ソフト	1/4	1/5	0/5	2/14
四角	0/4	2/5	0/5	2/14
もろこし	0/4	0/5	2/5	2/14
四角ソフト	1/4	0/5	0/5	1/14
じゃがソフト	1/4	0/5	0/5	1/14

図 6 決定クラス「好き」の決定ルール（複数人数）

これらのルールがどの要素の識別に利用されたかを見たい場合は、「適合表の表示」チェックボックスをチェックして、「決定ルール」ボタンをクリックすると、図 7 のような決定ルール画面が表示される。

	CI選好1	CI選好2	CI選好3	CI全体	s2	s4	s6	s7	s3	s5	s1
▶ 適合率					1	1	1	1	0.333	0.333	0
しょうゆ	3/4	3/5	3/5	9/14	*	*	*				
じゃが&丸	2/4	0/5	2/5	4/14	*		*				
ソフト	0/4	0/5	4/5	4/14			*	*	*	*	
じゃが	0/4	3/5	0/5	3/14	*		*				*
小麦&四角	1/4	0/5	1/5	2/14		*					
小麦ソフト	1/4	1/5	0/5	2/14		*					
四角	0/4	2/5	0/5	2/14		*					*
もろこし	0/4	0/5	2/5	2/14				*	*		
四角ソフト	1/4	0/5	0/5	1/14		*					
じゃがソフト	1/4	0/5	0/5	1/14			*				

図 7 決定クラス「好き」の決定ルール（複数決定者・適合表付き）

一番上の「適合率」は選好回答者数 3 人のうち何人が「好き」と回答したかの割合を表している。この表はルールを完全に確定するためのものではなく、あくまでも意思決定の支援のためのものと考えている。

これまで述べてきたことは、意思決定者が 1 人の場合である。表 9 に意思決定者が 3 人の場合の決定表の例を示す。

表 9 スナック菓子の選好（複数回答者）

サンプル	原料	味	形	口当たり	選好 1	選好 2	選好 3
s1	小麦	塩	丸	堅め	それほど	それほど	それほど
s2	じゃが	しょうゆ	丸	堅め	好き	好き	好き
s3	もろこし	塩	丸	ソフト	それほど	それほど	好き
s4	小麦	しょうゆ	四角	ソフト	好き	好き	好き
s5	じゃが	塩	四角	堅め	それほど	好き	それほど
s6	じゃが	しょうゆ	丸	ソフト	好き	好き	好き
s7	もろこし	塩	丸	ソフト	好き	好き	好き

複数人の場合は、各人のルールを集め、その中で、決定クラスの要素の選好に利用された数を決定クラスの全要素数（人数分の合計）で割ったものの大きい順に並べてみる。右側の決定表グループボックスの属性数を入力し、決定クラスを選択し、「決定ルール」ボタンをクリックすると図 8 のような決定ルールが表示される。表示されるルール数を変更する場合は C.I.平均上位テキストボックスに記入する（デフォルトは 30）。

	C.I.選好1	C.I.選好2	C.I.選好3	C.I.全体
▶ しょうゆ	3/4	3/5	3/5	9/14
じゃが&丸	2/4	0/5	2/5	4/14
ソフト	0/4	0/5	4/5	4/14
じゃが	0/4	3/5	0/5	3/14
小麦&四角	1/4	0/5	1/5	2/14
小麦&ソフト	1/4	1/5	0/5	2/14
四角	0/4	2/5	0/5	2/14
もろこし	0/4	0/5	2/5	2/14
四角&ソフト	1/4	0/5	0/5	1/14
じゃが&ソフト	1/4	0/5	0/5	1/14

図 8 決定クラス「好き」の決定ルール（複数人数）

これらのルールがどの要素の識別に利用されたかを見たい場合は、「適合表の表示」チェックボックスをチェックして、「決定ルール」ボタンをクリックすると、図 9 のような決定ルール画面が表示される。

	C.I.選好1	C.I.選好2	C.I.選好3	C.I.全体	s2	s4	s6	s7	s3	s5	s1
▶ 適合率					1	1	1	1	0.333	0.333	0
しょうゆ	3/4	3/5	3/5	9/14	*	*	*				
じゃが&丸	2/4	0/5	2/5	4/14	*		*				
ソフト	0/4	0/5	4/5	4/14			*	*	*	*	
じゃが	0/4	3/5	0/5	3/14	*			*			*
小麦&四角	1/4	0/5	1/5	2/14		*					
小麦&ソフト	1/4	1/5	0/5	2/14		*					
四角	0/4	2/5	0/5	2/14		*					*
もろこし	0/4	0/5	2/5	2/14				*	*		
四角&ソフト	1/4	0/5	0/5	1/14		*					
じゃが&ソフト	1/4	0/5	0/5	1/14			*				

図 9 決定クラス「好き」の決定ルール（複数決定者・適合表付き）

一番上の「適合率」は選好回答者数 3 人のうち何人が「好き」と回答したかの割合を表している。この表はルールを完全に確定するためのものではなく、あくまでも意思決定の支援のためのものと考えている。

図 1 の分析メニューの複数決定者の決定表で、「拡張ルール」は最上位のルールだけをルールとせず、その下位のルールもルールとして認める方針で数を数えようとするものである。例えば、図 9 の「ソフト」というルールは、決定者 3 だけに確認され、「小麦&ソフト」というルールは、決定者 1 と 2 だけに確認される。ところが決定者 3 は当然「小麦&ソフト」でもやはり「好き」という結果になっている。ところが決定者 3 には上位の「ソフト」というルールがあるため、「小麦&ソフト」には含まれず、別のルールとして扱われている。この方針を拡張して、決定者 3 でも「小麦&ソフト」はルールであると解釈するのが「拡張ルール」である。このような解釈は型にはまった考え方より、現実的に役に立つのではないかと考える。「拡張ルール」をチェックした際の、図 9 に相当する決定ルールを図 10 に示

す。

以下にラフ集合分析のプログラムの利用法をまとめておく。

下近似と上近似を求める → 「下近似/上近似」ボタン

どんな属性が選好の分類を決めるのに必要か? → 「決定表縮約」ボタン

決定表の縮約の中で特に重要なものは → 縮約の中で共通する属性 (コア)

どんなルールが抽出されるか → 選好を指定して「決定ルール」ボタン

ルールの信頼性は → 「決定ルール」の中で、C.I. (Covering Index)

ルールはどのサンプルで使われたか → 「決定ルール」の中の「*」

問題

例の決定表 (Samples¥ラフ集合分析 1.txt) はスナック菓子の属性と選好とを求めたものである。問いに答えよ。

サンプル	原料	味	形	口当たり	選好
s1	小麦	塩	丸	堅め	それほど
s2	じゃが	しょうゆ	丸	堅め	好き
s3	もろこし	塩	丸	ソフト	それほど
s4	小麦	しょうゆ	四角	ソフト	好き
s5	じゃが	塩	四角	堅め	それほど
s6	じゃが	しょうゆ	丸	ソフト	好き
s7	もろこし	塩	丸	ソフト	好き

- 1) 条件属性は何か。[]
- 2) 決定属性は何か。[]
- 3) 選好「好き」の下近似 (属性で選好が決まるもの) []
選好「好き」の上近似 (選好が分かれるもの含む) []
- 4) 選好「それほど」の下近似 (属性で選好が決まるもの) []
選好「それほど」の上近似 (選好が分かれるもの含む) []
- 5) 3) と 4) のラフ集合を与える決定表の縮約 (同一結果を導く最小の属性の組み合わせ) は 3 組ある。それを示せ。
[] [] []
- 6) 縮約のコア (すべてに共通な属性) は何か。[]
- 7) 選好「好き」となるルールと C.I. (信頼性) の値を上から 2 つ求めよ。

ルール	C.I.

- 8) 最初のルールはどのサンプルの識別に使われたか。サンプルの名前を示せ。
[] *のついているもの

- 9) 選好「それほど」となるルールと C.I.の値の一番上のものを求めよ。

ルール	C.I.

- 10) 最初のルールはどのサンプルの識別に使われたか。サンプルの名前を示せ。

[] *のついているもの

演習 1

以下の決定表 (Samples¥ラフ集合分析 2.txt) は車の属性と選好とを求めたものである。

問いに答えよ。

サンプル	カラー	造形	ドアタイプ	イメージ	選好
s1	色彩系	有機的	2 ドア	パーソナル	好き
s2	色彩系	曲線的	2 ドア	スポーティ	それほど
s3	白黒系	曲線的	4 ドア	フォーマル	それほど
s4	白黒系	有機的	4 ドア	パーソナル	好き
s5	白黒系	曲線的	4 ドア	パーソナル	それほど
s6	色彩系	曲線的	2 ドア	スポーティ	好き

- 1) 条件属性は何か。[]
- 2) 決定属性は何か。[]
- 3) 選好「好き」の下近似 (属性で選好が決まるもの) []
 選好「好き」の上近似 (選好が分かれるもの含む) []
- 4) 選好「それほど」の下近似 []
 選好「それほど」の上近似 []
- 5) 3) と 4) のラフ集合を与えるような決定表の縮約 (同一結果を導く最小の属性の組み合わせ) を 3 組示せ。
 { , } { , } { , }
- 6) 変数選択で、カラー、造形、ドアタイプと選好を選んだ場合、ラフ集合は 3) と 4) で求めたものと同じか。 [同じ・違う]
- 7) 変数選択で、カラー、造形、選好を選んだ場合、ラフ集合は 3) と 4) で求めたものと同じか。 [同じ・違う]
- 8) 変数選択で、カラー、選好を選んだ場合、ラフ集合は 3) と 4) で求めたものと同じか。
 [同じ・違う]

変数選択はすべてを選びなおすこと。

- 9) 選好「好き」となるルールと C.I. (Covering Index) の値を求めよ。

ルール	C.I.
①	
②	
③	

10) どのルールが選好決定に一番よく使われたか (C.I.の大きいもの)。番号を示せ。

[]

11) ①のルールはどのサンプルの識別に使われたか。サンプルの名前を並べて示せ。

[]

12) 選好「それほど」となるルールと C.I.の値を求めよ。

ルール	C.I.
①	
②	
③	
④	

13) どのルールが選好決定に一番よく使われたか (C.I.の大きいもの)。番号を示せ。

[]

14) ①のルールはどのサンプルの識別に使われたか。サンプルの名前を並べて示せ。

[]

演習 2

以下の表 (Samples¥ラフ集合分析 1.txt、3 頁) は菓子メーカーの新製品の試食の結果を示したものである (回答者複数)。これからどんな好みのルールが見つかるだろうか。

	原料	味	形	口当たり	選好 1	選好 2	選好 3
s1	小麦	塩	丸	堅め	それほど	それほど	それほど
s2	じゃが	しょうゆ	丸	堅め	好き	好き	好き
s3	もろこし	塩	丸	ソフト	それほど	それほど	好き
s4	小麦	しょうゆ	四角	ソフト	好き	好き	好き
s5	じゃが	塩	四角	堅め	それほど	好き	それほど
s6	じゃが	しょうゆ	丸	ソフト	好き	好き	好き
s7	もろこし	塩	丸	ソフト	好き	好き	好き

1) 条件属性は何か。[]

2) 選好が「好き」となるサンプル数 (3 人の合計) []

選好が「それほど」となるサンプル数 (3 人の合計) []

3) 選好 1 が「好き」の下近似 []

選好 1 が「好き」の上近似 []

4) 選好 1 が「それほど」の下近似 []

選好 1 が「それほど」の上近似 []

5) 上のラフ集合を与える決定表の縮約を、表示された組の数だけ{}でくくって示せ。

[]

6) 選好 2 が「好き」の下近似 []

選好 2 が「好き」の上近似 []

- 7) 選好 2 が「それほど」の下近似 []
 選好 2 が「それほど」の上近似 []
- 8) 上のラフ集合を与える決定表の縮約を、表示された組の数だけ{}でくくって示せ。
 []
- 9) 選好 3 が「好き」の下近似 []
 選好 3 が「好き」の上近似 []
- 10) 選好 3 が「それほど」の下近似 []
 選好 3 が「それほど」の上近似 []
- 11) 上のラフ集合を与える決定表の縮約を、表示された組の数だけ{}でくくって示せ。
 []
- 12) 選好「好き」となるルールと「C.I.全体」の値を上から 3 つ求めよ。

ルール	C.I.全体
①	
②	
③	

- 13) どのルールが選好決定に最もよく使われたか。番号を示せ。[]
- 14) ①のルールが適用されなかった人を選好の番号で示せ。[] 空欄も可
- 15) ①のルールはどのサンプルの識別に使われたか。サンプルの番号を並べて示せ。
 [] ヒント：適合表を付けると分かる
- 16) 回答者全員「好き」と答えたサンプルは何か。番号を並べて示せ。
 [] ヒント：適合率＝好きの数÷回答者数
- 17) 選好「それほど」となるルールと「C.I.全体」の値を上から 3 つ求めよ。

ルール	C.I.全体
①	
②	
③	

- 18) どのルールが選好決定に最もよく使われたか。番号を示せ。[]
- 19) ①のルールが適用されなかった人を選好の番号で示せ。[] 空欄も可
- 20) ①のルールはどのサンプルの識別に使われたか。サンプルの番号を並べて示せ。
 [] ヒント：適合表を付けると分かる
- 21) 回答者全員「それほど」と答えたサンプルは何か。番号を並べて示せ。
 [] ヒント：適合率＝それほどの数÷回答者数

問題解答

例の決定表 (Samples¥ラフ集合分析 1.txt) はスナック菓子の属性と選好とを求めたものである。問いに答えよ。

- 1) 条件属性は何か。[原料、味、形、口当たり]

- 2) 決定属性は何か。[選好]
- 3) 選好「好き」の下近似（属性で選好が決まるもの）[s2, s4, s6]
選好「好き」の上近似（選好が分かれるもの含む）[s2, s3, s4, s6, s7]
- 4) 選好「それほど」の下近似（属性で選好が決まるもの）[s1, s5]
選好「それほど」の上近似（選好が分かれるもの含む）[s1, s3, s5, s7]
- 5) 3) と 4) のラフ集合を与える決定表の縮約（同一結果を導く最小の属性の組み合わせ）は 3 組ある。それを示せ。
[原料、味] [味、口当たり] [原料、形]
- 6) 縮約のコア（すべてに共通な属性）は何か。[なし]
- 7) 選好「好き」となるルールと C.I.（信頼性）の値を上から 2 つ求めよ。

ルール	C.I.
しょうゆ	3/4
じゃが&丸	2/4

- 8) 最初のルールはどのサンプルの識別に使われたか。サンプルの名前を示せ。
[s2, s4, s6] *のついているもの
 - 9) 選好「それほど」となるルールと C.I.の値の一番上のものを求めよ。
- | ルール | C.I. |
|------|------|
| 塩&堅め | 2/3 |
- 10) 最初のルールはどのサンプルの識別に使われたか。サンプルの名前を示せ。
[s1, s5] *のついているもの

演習 1 解答

以下の決定表（Samples¥ラフ集合分析 2.txt）は車の属性と選好とを求めたものである。問いに答えよ。

- 1) 条件属性は何か。[カラー、造形、ドアタイプ、イメージ]
- 2) 決定属性は何か。[選好]
- 3) 選好「好き」の下近似（属性で選好が決まるもの）[s1, s4]
選好「好き」の上近似（選好が分かれるもの含む）[s1, s2, s4, s6]
- 4) 選好「それほど」の下近似 [s3, s5]
選好「それほど」の上近似 [s2, s3, s5, s6]
- 5) 3) と 4) のラフ集合を与えるような決定表の縮約（同一結果を導く最小の属性の組み合わせ）を 3 組示せ。
{ カラー、造形 } { 造形、ドアタイプ } { 造形、イメージ }
- 6) 変数選択で、カラー、造形、ドアタイプと選好を選んだ場合、ラフ集合は 3) と 4) で求めたものと同じか。 [同じ・違う]
- 7) 変数選択で、カラー、造形、選好を選んだ場合、ラフ集合は 3) と 4) で求めたものと同じか。 [同じ・違う]
- 8) 変数選択で、カラー、選好を選んだ場合、ラフ集合は 3) と 4) で求めたものと同じか。
[同じ・違う]
- 9) 選好「好き」となるルールと C.I.（Covering Index）の値を求めよ。

ルール	C.I.
① 有機的	2/3
② 色彩系&パーソナル	1/3
③ 2 ドア&パーソナル	1/3

- 10) どのルールが選好決定に一番よく使われたか（C.I.の大きいもの）。番号を示せ。
[①]
- 11) ①のルールはどのサンプルの識別に使われたか。サンプルの名前を並べて示せ。

[s1, s4]

- 12) 選好「それほど」となるルールと C.I.の値を求めよ。

ルール	C.I.
① 白黒系&曲線的	2/3
② 曲線的&4ドア	2/3
③ フォーマル	1/3
④ 曲線的&パーソナル	1/3

- 13) どのルールが選好決定に一番よく使われたか (C.I.の大きいもの)。番号を示せ。

[①、②]

- 14) ①のルールはどのサンプルの識別に使われたか。サンプルの名前を並べて示せ。

[s3, s5]

演習 2 解答

以下の表 (Samples¥ラフ集合分析 1.txt、3 頁) は菓子メーカーの新製品の試食の結果を示したものである (回答者複数)。これからどんな好みのルールが見つかるだろうか。

- 条件属性は何か。[原料、味、形、口当たり]
- 選好が「好き」となるサンプル数 (3 人の合計) [14]
選好が「それほど」となるサンプル数 (3 人の合計) [7]
- 選好 1 が「好き」の下近似 [s2, s4, s6]
選好 1 が「好き」の上近似 [s2, s3, s4, s6, s7]
- 選好 1 が「それほど」の下近似 [s1, s5]
選好 1 が「それほど」の上近似 [s1, s3, s5, s7]
- 上のラフ集合を与える決定表の縮約を、表示された組の数だけ{}でくくって示せ。
[{原料、味}、{味、口当たり}、{原料、形}]
- 選好 2 が「好き」の下近似 [s2, s4, s5, s6]
選好 2 が「好き」の上近似 [s2, s3, s4, s5, s6, s7]
- 選好 2 が「それほど」の下近似 [s1]
選好 2 が「それほど」の上近似 [s1, s3, s7]
- 上のラフ集合を与える決定表の縮約を、表示された組の数だけ{}でくくって示せ。
[{原料、味}、{味、形、口当たり}、{原料、形}、{原料、口当たり}]
- 選好 3 が「好き」の下近似 [s2, s3, s4, s6, s7]
選好 3 が「好き」の上近似 [s2, s3, s4, s6, s7]
- 選好 3 が「それほど」の下近似 [s1, s5]
選好 3 が「それほど」の上近似 [s1, s5]
- 上のラフ集合を与える決定表の縮約を、表示された組の数だけ{}でくくって示せ。
[{原料、味}、{原料、形}、{味、口当たり}]

- 12) 選好「好き」となるルールと「C.I.全体」の値を上から 3 つ求めよ。

ルール	C.I.全体
① しょうゆ	9/14
② じゃが&丸	4/14
③ ソフト	4/14

- 13) どのルールが選好決定に最もよく使われたか。番号を示せ。[①]

- 14) ①のルールが適用されなかった人を選好の番号で示せ。[なし]

- 15) ①のルールはどのサンプルの識別に使われたか。サンプルの番号を並べて示せ。

- [s2, s4, s6] ヒント：適合表を付けると分かる
- 16) 回答者全員「好き」と答えたサンプルは何か。番号を並べて示せ。
[s2, s4, s6, s7] ヒント：適合率＝好きの数÷回答者数
- 17) 選好「それほど」となるルールと「C.I.全体」の値を上から3つ求めよ。
- | ルール | C.I.全体 |
|---------|--------|
| ① 塩&堅め | 4/7 |
| ② 小麦&丸 | 3/7 |
| ③ 小麦&堅め | 3/7 |
- 18) どのルールが選好決定に最もよく使われたか。番号を示せ。[①]
- 19) ①のルールが適用されなかった人を選好の番号で示せ。[2] 空欄も可
- 20) ①のルールはどのサンプルの識別に使われたか。サンプルの番号を並べて示せ。
[s1, s5] ヒント：適合表を付けると分かる
- 21) 回答者全員「それほど」と答えたサンプルは何か。番号を並べて示せ。
[s1] ヒント：適合率＝それほどの数÷回答者数

5.3 ラフ集合分析の理論

ラフ集合は、集合の要素の属性値が連続的は範囲になっている場合や集合の要素が複数の属性値で与えられる場合に定義される。

例えば、集合 U の各要素 $s_i (i=1, \dots, n)$ が、属性値 $x_i^a (a=1, \dots, p)$ を持つ場合において、属性値がすべて等しいという関係 R を考え、要素 s_i と属性値がすべて等しい要素の集合を R による s_i の同値類といい、 $[s_i]_R$ と書く。

集合 U のある部分集合 X について、以下の $R_*(X)$ と $R^*(X)$ をそれぞれ、 R による集合 X の下近似及び上近似という。

$$R_*(X) = \{s_i \mid [s_i]_R \subseteq X\}, \quad R^*(X) = \{s_i \mid [s_i]_R \cap X \neq \emptyset\}$$

これらの下近似と上近似を合わせて、集合 X のラフ集合という。

集合の要素 s_i とその属性値 x_i^a を表にしたものを情報表という。表1にその例を示す。

表1 情報表

要素	属性 a	属性 b	属性 c	属性 d
s1	a1	b1	c1	d1
s2	a2	b2	c1	d1
s3	a3	b1	c1	d2
s4	a1	b2	c2	d2
s5	a2	b1	c2	d1
s6	a2	b2	c1	d2
s7	a3	b1	c1	d2

情報表は要素と属性名で属性値を与える表である。情報表の中で要素の集合を U 、属性の集合を AT 、属性値の集合を V 、要素と属性から属性値への写像を ρ とすると、情報表はこれらの4対 (U, AT, V, ρ) で表わされる。

表1の例では、 $U = \{s1, s2, s3, s4, s5, s6, s7\}$ 、 $AT = \{\text{属性 a, 属性 b, 属性 c, 属性 d}\}$ 、 $V = \{a1, a2, \dots, d2\}$ で、 ρ は行列の行と列から要素を示す写像となる。

属性の集合 AT の属性値がすべて等しいという関係を R_{AT} とすると、 R_{AT} による同

値類 $[s_i]_{R_{AT}}$ の集合が求められる。この同値類の集合は属性の部分集合 $A \subseteq AT$ によっても得られる。これらの部分集合のうち、属性数の最小の部分集合 A を AT の縮約という。縮約は一般に複数存在する。

表 1 の例では、同値類の集合は $\{\{s1\}, \{s2\}, \{s3, s7\}, \{s4\}, \{s5\}, \{s6\}\}$ であり、縮約 A は、 $\{\text{属性 } a, \text{属性 } b, \text{属性 } d\}$ 、 $\{\text{属性 } a, \text{属性 } c, \text{属性 } d\}$ 、 $\{\text{属性 } b, \text{属性 } c, \text{属性 } d\}$ の 3 種類である。

次に、情報表に新しい属性の集合 D を加えて表を作りなおす。この新しい属性をこれまでの属性の集合 $C (= AT)$ と異なるものと考え、これまでの属性を条件属性、新しく加えた属性を決定属性と呼ぶ。新しくなった属性全体の集合 AT' は $AT' = C \cup D$ となる。このように条件属性と決定属性からなる情報表は決定表と呼ばれる。以下ではこの決定表について話を進める。表 2 に決定表の例を示す。一般に決定属性の数は 1 つとは限らないが、ここでは簡単のため 1 つの場合を考える。

表 2 決定表

要素	条件属性 a	条件属性 b	条件属性 c	条件属性 d	決定属性 e
s1	a1	b1	c1	d1	e2
s2	a2	b2	c1	d1	e1
s3	a3	b1	c1	d2	e2
s4	a1	b2	c2	d2	e1
s5	a2	b1	c2	d1	e2
s6	a2	b2	c1	d2	e1
s7	a3	b1	c1	d2	e1

決定属性の集合 D （またはその部分集合）によって、全体集合は $D_i (i=1, \dots, p)$ に分割できる。 D_i は決定クラスと呼ばれる。条件属性の集合 C が与えられると、識別不能関係 R_C に基づく、各決定クラス D_i の下近似 $C_*(D_i)$ と上近似 $C^*(D_i)$ が与えられる。これらは、どんな属性なら特定の決定クラスに確実に含まれるか、または、含まれる候補となりうるかといった、分割の識別可能性の情報をすべて与えてくれる。

表 2 の例で、決定属性 e の属性値が $e1$ の集合を $D_1 = \{s2, s4, s6, s7\}$ 、 $e2$ の集合を $D_2 = \{s1, s3, s5\}$ とすると、決定クラス D_1 と D_2 の下近似と上近似は以下のようになる。

$$C_*(D_1) = \{s2, s4, s6\}, \quad C^*(D_1) = \{s2, s3, s4, s6, s7\},$$

$$C_*(D_2) = \{s1, s5\}, \quad C^*(D_2) = \{s1, s3, s5, s7\}$$

次に決定表の縮約について考える。情報表の縮約の場合は、属性の値で要素がどのように識別されるかを問題にしたが、決定表の場合は、決定クラスについて要素の識別を考える。即ち、集合 C のどんな部分集合で、元の識別結果と同じ結果を出せるかという問題である。識別の情報は、すべて下近似と上近似に含まれているので、これは元の属性集合のどんな部分集合で、同じ下近似と上近似を与えることができるかという問題になる。その部分集合で最小のものが縮約である。

決定表の縮約を求めるには、いくつかの方法が考えられるが、我々は識別行列を求める方法を利用した。識別行列は、決定クラスの異なる 1 対の要素間を識別するために必要な属性の和集合を成分とする行列で与えられる。表 2 の例では、識別行列は表 3 のようになる。

表 3 識別行列

	s1	s2	s3	s4	s5	s6	s7
s1	*						
s2	a b	*					
s3	*	a b d	*				
s4	b c d	*	a b c	*			
s5	*	b c	*	a b d	*		
s6	a b d	*	a b	*	b c d	*	
s7	a d	*	Nul	*	a c d	*	*

この中で記号「*」は決定クラスが同じもので、「nul」は識別できる属性がないもの、その他 a|b 等は識別できる属性の和集合である。和集合を表わす演算子は「|」と書くことにする。縮約が正確に行われるためには、これらの関係がすべて成り立たなければならないので、これらの積集合が決定表の縮約となる。それを実行すると以下となる。

$$(a|b) \& (a|b|d) \& \cdots \& (a|c|d) = (a \& b) | (a \& c) | (b \& d)$$

ここで、積集合を表わす演算子は「&」と書くことにする。この関係から、縮約は属性 a と属性 b、属性 a と属性 c、属性 b と属性 d の 3 種類であることが分かる。これらの縮約の属性によっても、決定クラス D_1 と D_2 の下近似と上近似は完全に再現される。

決定表は条件属性の値に対して決定属性の値を決める以下の決定ルールを与える。

$$a1 \& b1 \& c1 \& d1 \Rightarrow e2 \quad (s1)$$

$$a2 \& b2 \& c1 \& d1 \Rightarrow e1 \quad (s2)$$

$$a1 \& b2 \& c2 \& d2 \Rightarrow e1 \quad (s4)$$

$$a2 \& b1 \& c2 \& d1 \Rightarrow e2 \quad (s5)$$

$$a2 \& b2 \& c1 \& d2 \Rightarrow e1 \quad (s6)$$

ここに、属性名は省略している。s3 と s7 については条件属性の値が同じで、決定属性の値が異なっているのでルールにならない。

これらのルールから、まず決定クラス D_1 を決めるルールを考える。これらのルールの中で、結果が e1 となる要素を求めると、決定クラス D_1 の下近似がそれである。これらと決定クラス D_2 の要素とを識別する属性を求める。行列の行に決定クラス D_1 の下近似の要素、列に決定クラス D_2 の要素を取り、行列の成分にそれぞれの属性の値が異なるもののうち、 D_1 の下近似の要素の属性を書く。これを決定クラス D_1 の決定行列という。表 4 に決定行列の例を示す。

表 4 決定クラス D_1 の決定行列

	s1	s3	s5
s2	a2 b2	a2 b2 d1	b2 c1
s4	b2 c2 d2	a1 b2 c2	a1 b2 d2
s6	a2 b2 d2	a2 b2	b2 c1 d2

s2, s4, s6 のどれかのルールがすべて満たされれば、識別が可能であるので、ルールは以下のように求められる。

$$\{(a2|b2)\&(a2|b2|d1)\&(b2|c1)\}|\cdots|\{(a2|b2|d2)\&(a2|b2)\&(b2|c1|d2)\}$$

$$= b2|(a2\&c1)|(a1\&c2)|(c2\&d2)|(a1\&d2)|(a2\&d2)$$

これから、決定ルールは、b2, a2&c1, a1&c2, c2&d2, a1&d2, a2&d2 のうちのどれかになる。決定ルールとそのうちどのルールが D_1 の識別に用いられたかを示す表を表

5 に示す。

表 5 決定クラス D_1 の決定ルール

	C.I.	s2	s4	s6	s7
b2	3/4	*	*	*	
a2&c1	2/4	*		*	
a1&c2	1/4		*		
c2&d2	1/4		*		
a1&d2	1/4		*		
a2&d2	1/4			*	

ここに、C.I. (Covering Index) は、左端の決定ルールが、 D_1 の要素の識別のうち、いくつに使われているかを表す指標で、「*」はそれがどの識別で用いられているかを表す。例えばルール a2&c1 は D_1 の 4 つの要素の識別のうち、2 つの要素 s2 と s6 の識別に用いられている。

決定クラス D_2 の決定行列と決定ルールは、表 6 と表 7 のようになる。

表 6 決定クラス D_2 の決定行列

	s2	s4	s6	s7
s1	a1 b1	b1 c1 d1	a1 b1 d1	a1 d1
s5	b1 c2	a2 b1 d1	b1 c2 d1	a2 c2 d1

表 7 決定クラス D_2 の決定ルール

	C.I.	s1	s3	s5
b1&d1	2/3	*		*
a1&b1	1/3	*		
a1&c1	1/3	*		
a1&d1	1/3	*		
a2&b1	1/3			*
b1&c2	1/3			*
a2&c2	1/3			*
c2&d1	1/3			*

ここで述べたルールは決定属性の決定者が 1 人の場合である。決定者が複数人の場合はルールの併合という問題が生じる。これについてプログラムでは触れず、C.I.の情報を提示

して、ルールの信頼性を提示するに留める。

参考文献

- 1) ラフ集合と感性, 森典彦, 田中秀夫, 井上勝雄編, 海文堂, 2004.

6. ISM

6.1 ISM (Interpretive Structure Modeling) とは

ISM の目的は以下のようにまとめられる。

- ①要素間の隣接的な関係から、間接的な影響と階層性を重視した階層構造モデルを示す。
- ②要素間の（隣接的な）関係から、階層構造図や構造図を描く助けをする。

ISM で与える情報は要素間の隣接的な影響の方向である（場合によっては影響の正負も含まれる）。これから、相互に影響を与え合う要素をひとまとめにし、要素間の影響の伝わる階層を分かり易く、いくつかの構造行列で表示する。また、それをグラフ化し、各種の階層構造図を作成する。以下例を用いてその方法を見てみよう。

例

以下の主張から要素を選び出し、それらの関係についてその構造を ISM によってモデル化せよ。元の関係を図 1 に表す。

- わが社の経営は利益の追求と社会への貢献を目的としている。
- わが社の利益の追求の方針は廉価販売である。また、廉価販売によって利益の追求の効果が上がっている。
- 廉価販売によって広く良い商品が普及し、社会への貢献となる。

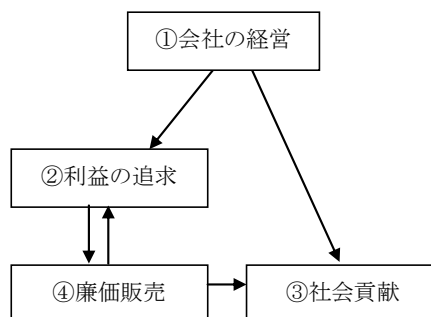


図 1 構造図

例で述べた問題の直接影響を及ぼす要素間の関係は、隣接行列（関係行列）**A** で与えられる。以下にデータ元の因果関係のみから作られる行列から、隣接行列を与えた例を示す。

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

隣接行列は対角成分がすべて 1 になっている。

直接の影響をたどって到達できる要素間の関係は以下の可到達行列 **R** で与えられる。

$$\mathbf{A}^2 = \mathbf{A} * \mathbf{A} = \mathbf{A}^3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \mathbf{R}$$

さらに、可到達行列を階層的に見やすく表示したものが以下の階層化可到達行列 $\mathbf{R}^*$ である。

$$\mathbf{R}^* = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 4 \\ 3 \end{matrix}$$

この階層化の順番を利用して、隣接行列の要素を並べ替え、見易く表示することもできる。この行列を我々は階層化隣接行列 $\mathbf{A}^*$ と呼ぶ。これを元に作られているのが図 1 のグラフである。

$$\mathbf{A}^* = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 4 \\ 3 \end{matrix}$$

また、相互に影響する要素をひとまとめにしてより分かり易く表現することができる。我々はこれを縮約階層化行列 $\tilde{\mathbf{R}}$ と呼ぶ。

$$\tilde{\mathbf{R}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2+4 \\ 3 \end{matrix}$$

縮約階層化行列の中でまとめた部分はそのままにして、直接の影響だけを残した行列は、図 2 に示す縮約構造図（造語）を表示する際に役に立つ。我々はこれを縮約隣接行列 $\tilde{\mathbf{A}}$ と呼ぶ。この例では、縮約階層化行列と同じ形になっている。

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2+4 \\ 3 \end{matrix}$$

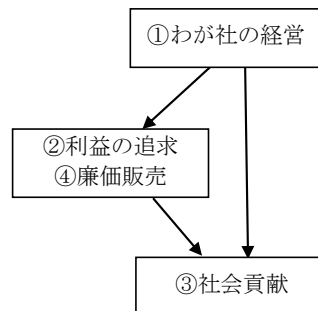


図 2 縮約構造図

最後に縮約階層化行列の中で階層を飛ばす影響を取り除き、階層に飛びのない影響だけを残した行列は構造化行列 $\mathbf{S}$ と呼ばれる。

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

これに基づく階層構造図を図 3 に示す。

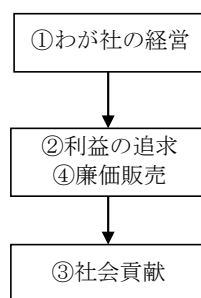


図 3 階層構造図

以下にこれらの用語をまとめておく。

まとめ

直接影響を及ぼす要素間の関係は → 隣接行列（関係行列）

直接の影響をたどって到達できる要素間の関係は → 可到達行列

可到達行列を階層的に見やすく表示するには → 階層化可到達行列

隣接行列を階層的に見やすく表示するには → 階層化隣接行列（造語）→ 構造図

相互に影響を与え合う要素を 1 まとめにすると → 縮約階層化行列（造語）

縮約階層化行列で直接の影響だけ残すと → 縮約隣接行列（造語）→ 縮約構造図

縮約階層化行列で階層的に飛びのない関係だけ残すと → 構造化行列 → 階層構造図

6.2 プログラムの利用法

ここでは図 1 の関係図を元に、実際の分析画面を見て行く。

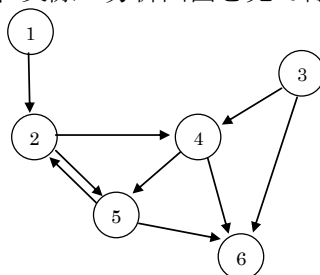


図 1 関係図

ISM の分析画面を図 4 に、具体的なデータ入力画面を図 5 に示す。データ入力において、0 は入力せず、空欄のまま残しておいてもよい。分析画面では、「データの種類」で、先に

述べたように 0, 1 データか、+, -, u, 0 データか選択することができる。後者は影響の正負を判定する場合に使うことがある。

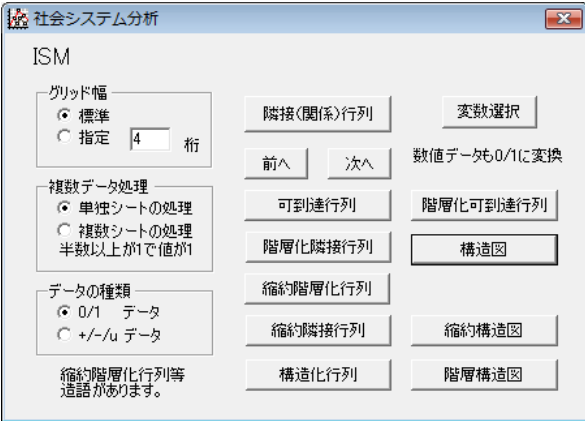


図 4 ISM 分析画面

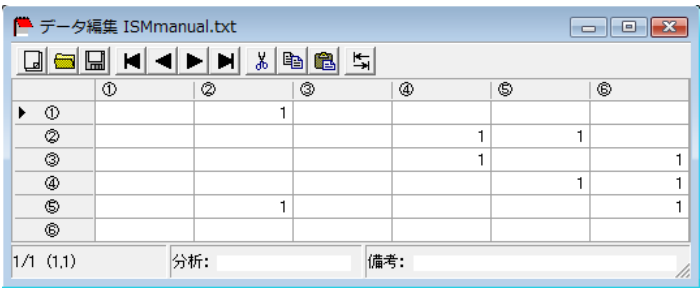


図 5 ISM データ入力画面

このプログラムでは、1 枚の隣接行列シートから、分析を実行することもできるし、0, 1 データの場合、複数のシートの傾向を用いることもできる。複数のシートの場合は各セルのシート間の平均が 0.5 以上の場合に 1、それ以下の場合に 0 として計算を行う。

分析手順として、まず要素間の 2 項関係を表す隣接行列（または関係行列）をもとにして直接関係のつながりをたどり、可到達行列を作る。可到達行列の作成過程は、途中の計算を見るために、「前へ」と「次へ」のボタンを設け、処理の流れを追えるようになっている。

図 5 のデータから、「隣接（関係）行列」ボタンをクリックして図 6 の結果を得る。

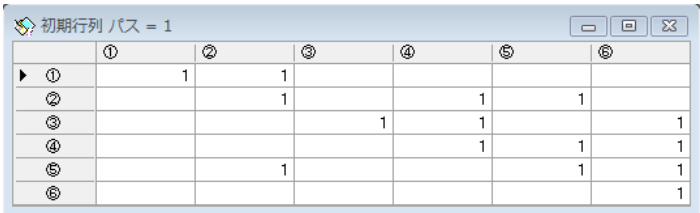


図 6 隣接関係行列

このデータによる階層化可到達行列は図 7 となる。この階層化可到達行列を用いて手で描いた階層図を図 8 に示す。

	①	③	②	④	⑤	⑥
①		1				
③			1			
②				1	1	1
④					1	1
⑤				1		1
⑥						1

図 7 階層化可到達行列表示画面

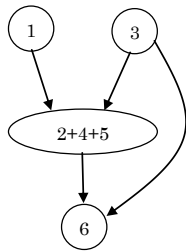


図 8 階層図

図 8 は階層化可到達行列を参考に描いたものだが、実はこの図を描くことは意外と難しい。到達可能な要素への成分が多すぎて、これだけ少ない要素ですら一目でその構造は見抜けな
い。そこで我々は描画の助けとなるいくつかの行列を定義した。

階層化隣接行列は隣接（関係）行列の要素を階層化可到達行列で示された順に並べ替えたものである。要素の並びが階層順であるため、階層化可到達行列と見比べて図 8 を描くには隣接（関係）行列より便利である。図 9 にその表示画面を示す。

	①	③	②	④	⑤	⑥
①		1		1		
③			1		1	1
②				1	1	1
④					1	1
⑤				1		1
⑥						1

図 9 階層化隣接行列表示画面

この出力表示にはグラフィック表示も選択できる。「構造図」ボタンをクリックすると図 10 のような画面が表示される。但し、これは図の位置を手直したものである。

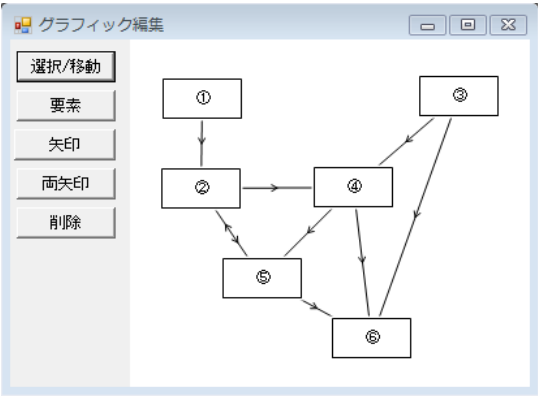
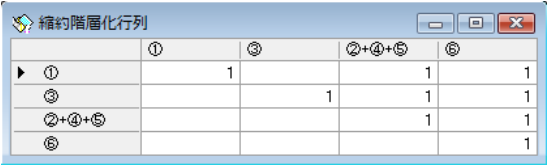


図 10 階層化隣接行列からの構造図

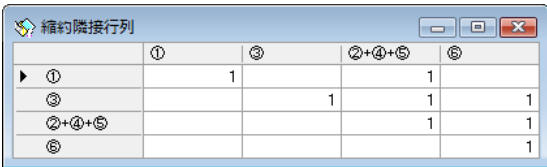
次の縮約階層化行列は、階層化行列の中ですべての要素間が相互に関係（この場合は 1）で結ばれた部分の要素を 1 つにまとめて表すものである。その表示画面を図 11 に示す。



	①	③	②+④+⑤	⑤
①	1		1	1
③		1	1	1
②+④+⑤			1	1
⑤				1

図 11 縮約階層化行列表示画面

縮約隣接行列は、縮約階層化行列の中で、隣接（関係）行列に現れない関係を除いたものである。その表示画面を図 12 に示す。この行列の対角要素を除いた関係はまさに図 8 の関係を表している。



	①	③	②+④+⑤	⑤
①	1		1	
③		1	1	1
②+④+⑤			1	1
⑤				1

図 12 縮約隣接行列表示画面

「縮約構造図」ボタンをクリックすると、縮約隣接行列のグラフィック表示が図 13 のように示される。

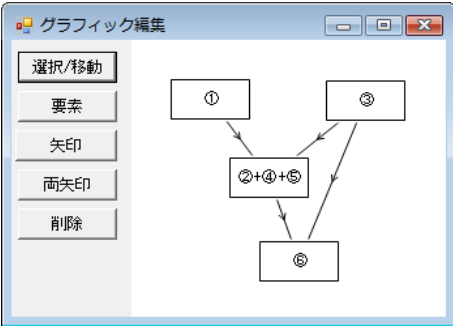
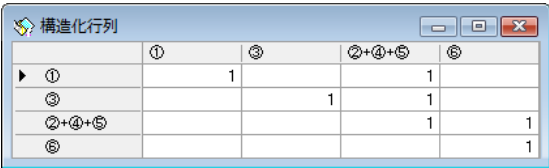


図 13 縮約構造図

最後に構造化行列であるが、これは縮約階層化行列の中で階層を飛ばす矢印を省いたものとして定義する。この行列はループのない場合の樹形図などを描く際に最適である。構造化行列の表示画面を図 14 に示す。図 14 では図 8 の中の階層を飛ばす矢印が消されている。



	①	③	②+④+⑤	⑤
①	1		1	
③		1	1	
②+④+⑤			1	1
⑤				1

図 14 構造化行列表示画面

概念図を描くと図 15 のようになる。

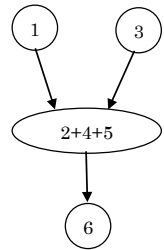


図 15 概念図

「階層構造図」ボタンをクリックすると図 16 のような、グラフィック表示が得られる。

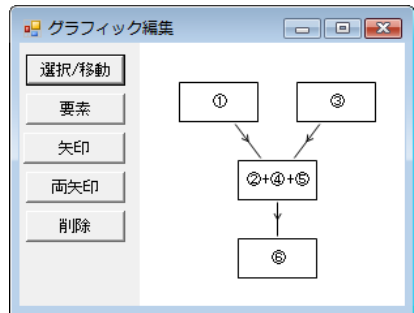


図 16 階層構造図

問題 1

以下の関係を隣接行列に直して質問に答えよ。

①→②、②→④⑤、③→④、④→⑤、⑤→②⑥

1) 隣接行列 (左) と可到達行列 (右) を求めよ。

	①	②	③	④	⑤	⑥
①						
②						
③						
④						
⑤						
⑥						

	①	②	③	④	⑤	⑥
①						
②						
③						
④						
⑤						
⑥						

2) 要素名を記して階層化可到達行列 (左) と「階層化隣接行列」(右) を求めよ。

	①					
①						

	①					
①						

3) 要素名を記して「縮約階層化行列」(左)と「縮約隣接行列」(右)を求めよ。

	①			
①				

	①			
①				

4) 「縮約隣接行列」の関係から「縮約構造図」を描け。但し、ひとかたまりになった要素は要素名を並べて丸で囲むこと。

① ③

問題 2

以下の隣接関係を隣接行列に直して以下の問いに答えよ。

①→⑦, ③→⑨, ④→⑧, ⑦→⑩, ⑤→⑥⑨, ②→⑤, ⑥→③④⑤,
⑨→③⑧, ⑩→③⑦

1) 「縮約隣接行列」を求め、「縮約構造図」を描け。但し、ひとかたまりになった要素は要素名を並べて丸で囲むこと。(手書き)

① ②

- 2) 「階層化隣接行列」を求め、「構造図」を見易く表示せよ。但し、同じ階層のものはできるだけ横に並べて表示すること。(手書き)

①

②

問題3 関係行列から構造行列を作って階層性を調べる例（かなり自明）

以下の関係を関係行列に直して解答せよ。

①→②～⑬、②→⑦⑨⑩、③→④⑤、⑥→⑧⑪⑫⑬、⑬→⑧⑫

但し、

- | | |
|----------|-------|
| ①立替物件の選定 | ⑧用途地域 |
| ②物件内容 | ⑨庭の広さ |
| ③立地条件 | ⑩日当たり |
| ④交通の便 | ⑪景観 |
| ⑤買物の便 | ⑫騒音 |
| ⑥快適性 | ⑬環境 |
| ⑦居住面積 | |

「構造行列」から「階層構造図」（階層性を表す図）を見易く描け。但し、上の番号と名前を用いること。この関係は AHP などにも応用される。

①立替物件の選定

問題 1 解答

以下の関係を隣接行列に直して質問に答えよ。

①→②、②→④⑤、③→④、④→⑤、⑤→②⑥

1) 隣接行列 (左) と可到達行列 (右) を求めよ。

	①	②	③	④	⑤	⑥
①	1	1				
②		1		1	1	
③			1	1		
④				1	1	
⑤		1			1	1
⑥						1

	①	②	③	④	⑤	⑥
①	1	1		1	1	1
②		1		1	1	1
③		1	1	1	1	1
④		1		1	1	1
⑤		1		1	1	1
⑥						1

2) 要素名を記して階層化可到達行列 (左) と「階層化隣接行列」(右) を求めよ。

	①	③	②	④	⑤	⑥
①	1		1	1	1	1
③		1	1	1	1	1
②			1	1	1	1
④				1	1	1
⑤				1	1	1
⑥						1

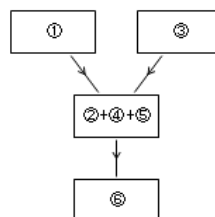
	①	③	②	④	⑤	⑥
①	1		1			
③		1		1		
②			1	1	1	
④				1	1	
⑤			1		1	1
⑥						1

3) 要素名を記して「縮約階層化行列」(左) と「縮約隣接行列」(右) を求めよ。

	①	③	②④⑤	⑥
①	1		1	1
③		1	1	1
②④⑤			1	1
⑥				1

	①	③	②④⑤	⑥
①	1		1	
③		1	1	
②④⑤			1	1
⑥				1

4) 「縮約隣接行列」の関係から「縮約構造図」を描け。但し、ひとかたまりになった要素は要素名を並べて丸で囲むこと。(パソコンの図)

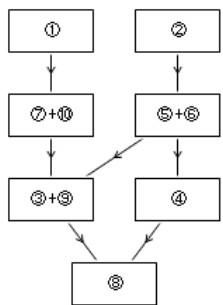


問題 2

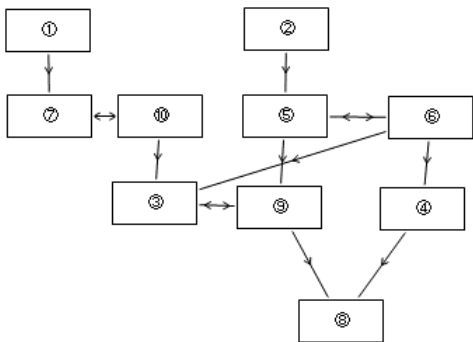
以下の隣接関係を隣接行列に直して以下の問いに答えよ。

①→⑦, ③→⑨, ④→⑧, ⑦→⑩, ⑤→⑥⑨, ②→⑤, ⑥→③④⑤,
⑨→③⑧, ⑩→③⑦

1) 「縮約隣接行列」を求め、「縮約構造図」を描け。但し、ひとかたまりになった要素は要素名を並べて丸で囲むこと。(パソコンの図)



2) 「階層化隣接行列」を求め、「構造図」を見易く表示せよ。但し、同じ階層のものはできるだけ横に並べて表示すること。(パソコンの図)



問題3 関係行列から構造行列を作って階層性を調べる例（かなり自明）

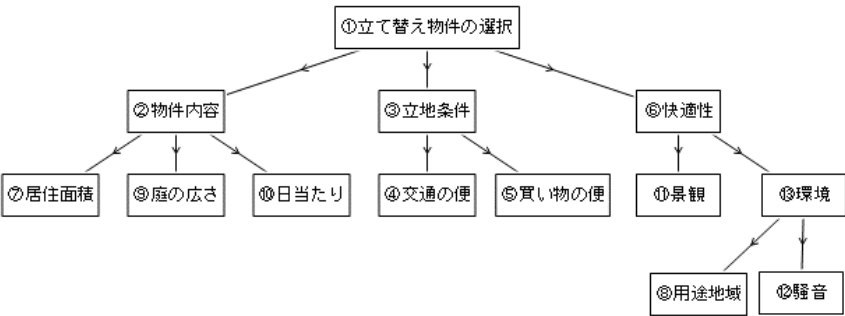
以下の関係を関係行列に直して解答せよ。

①→②～⑬、②→⑦⑨⑩、③→④⑤、⑥→⑧⑪⑫⑬、⑬→⑧⑫

但し、

- | | |
|----------|-------|
| ①立替物件の選定 | ⑧用途地域 |
| ②物件内容 | ⑨庭の広さ |
| ③立地条件 | ⑩日当たり |
| ④交通の便 | ⑪景観 |
| ⑤買物の便 | ⑫騒音 |
| ⑥快適性 | ⑬環境 |
| ⑦居住面積 | |

「構造行列」から「階層構造図」（階層性を表す図）を見易く描け。但し、上の番号と名前を用いること（ここでは番号のみ）。この関係はAHPなどにも応用される。



6.3 ISM の理論

ISM (Interpretive Structural Modeling) は問題の因果関係の階層構造を作成する数学的手法で、各要因間の直接的な因果関係を表わす隣接行列 $\mathbf{A} = (a_{ij})$ を決定することから始める。この隣接行列の成分は、問題の要素となりうる n 個の要因のうち、要因 i から要因 j への直接的な因果関係の有無によって $a_{ij} = 1$ または $a_{ij} = 0$ の値をとる。例えば図 1 に示されるモデルでは、隣接行列は以下のように与えられる。

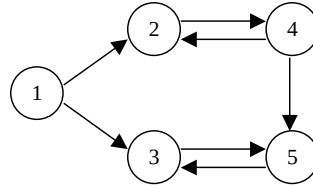


図 1 要因間の因果関係

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

この行列は 1 つの矢印で結ばれた隣接する要因間を 1 で繋いでいる。

次に、以下のような隣接行列間の演算を定義する。

$$(\mathbf{A}^2)_{ij} = \bigvee_k (a_{ik} \wedge a_{kj})$$

ここに $\wedge$ は、1 を真、0 を偽と見た場合の論理積を、 $\bigvee_k$ は、 k についての論理和を表わすものとする。

この行列 $\mathbf{A}^2$ は最大 2 つの矢印を通して到達できる要因間を 1 で繋いでいる。この演算を繰り返すと、これ以上変化しない行列 $\mathbf{R}$ に到達するが、これを可到達行列という。可到達行列の成分が 0 になった要因間には、因果関係が無いものと解釈される。

可到達行列は、因果関係の階層構造を表わしているが、このままでは、関係が把握しにくい。そこで、階層の順序に従って要因を並べ替えた行列を作る。これを階層化可到達行列と呼び、 $\mathbf{R}^*$ で表わす。この例での可到達行列、階層化可到達行列は以下になる。

$$\mathbf{R} = \mathbf{A}^3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \mathbf{R}^* = \begin{pmatrix} \boxed{1} & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & \boxed{1} & \boxed{1} & 1 & 1 \\ 0 & \boxed{1} & \boxed{1} & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & \boxed{1} \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & \boxed{1} \end{pmatrix}$$

ここで並べ替えの順番は、(1, 2, 4, 3, 5) である。階層化可到達行列の中、四角で囲んである部分は、同じ階層を表わす。

上の場合、隣接行列の成分は直接的な因果関係の有無により 0 と 1 とであったが、因果関係をもう少し詳しく考えると、ある要因の傾向を高める (+ で表わす) 場合もあるし、逆

に低くする場合（－で表わす）もある。また影響はあるが不明（u で表わす）の場合もある。このような傾向を隣接行列に取り入れることもできる。但し、計算には表 1 の演算ルールを用いる。

表 1 演算ルール

∧演算	0	+	－	U	∨演算	0	+	－	u
0	0	0	0	0	0	0	+	－	u
+	0	+	－	U	+	+	+	u	u
－	0	－	+	U	－	－	u	－	u
u	0	u	u	U	u	u	u	u	u

7. Dematel 法

7.1 Dematel 法とは

Dematel 法 (Decision Making Trial and Evaluation Laboratory) はスイス・バテル研究所 (1971) が世界的複合問題の解決のために開発した手法であり、要素間の直接的な関係から、全体のネットワーク図を作成し、影響の及ぶ範囲を視覚的に明らかにすることを目的とする。即ち、単独の因果関係の強さを仮定し、それが間接的にどのような強さで伝わるかを調べ、どんな要素が影響力が強いか、どんな要素が影響を受けやすいかなどを考える手法である。

Dematel 法と ISM との相違点は以下のようにまとめられる。

- 1) 要素間の影響の決定は ISM では人間とコンピュータで対話的に行われるが、Dematel では専門家へのアンケートにより処理する。
- 2) 要素間の関係は ISM では 0/1 であったが、Dematel 法では 0, 2, 4, 8 (あるいは 0, 1, 2, 3, 4) という段階で与えるため、間接的な影響の求め方が異なる。

Dematel 法の手順は以下のようにまとめられる。

- 1) 専門家に与えられた問題に対する要素を抽出してもらう。(済み)
- 2) 各要素間の直接影響の強さ a_{ij} ($= (\mathbf{A})_{ij}$) を専門家に決めてもらう。(済み)

非常に大きな影響 8 かなりの影響 4
ある程度の影響 2 無視しうる影響 0 $\mathbf{A}$: クロスサポート行列

- 3) 後で行う行列の演算が収束するための尺度因子 s を設定する。

$$s \leq \sup = 1 / \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n |a_{ij}| \quad (\text{通常 } s = \sup, \frac{3}{4} \sup, \frac{1}{2} \sup \text{ が一般的})$$

小さな s だと間接的な影響が小さくなる。

- 4) 直接影響行列を設定する。

$$\mathbf{D} = s\mathbf{A}^+ \quad s : \text{尺度因子}, (\mathbf{A}^+)_{ij} = |a_{ij}|$$

これを元に直接影響度 $W_i(d)$, 被直接影響度 $V_i(d)$ を定義する。

- 5) 全影響行列を設定する。

$$\mathbf{F} = \mathbf{D} + \mathbf{D}^2 + \mathbf{D}^3 + \mathbf{D}^4 \cdots = \mathbf{D}(\mathbf{I} - \mathbf{D})^{-1}$$

上と同様に全影響度 $W_i(f)$, 被全影響度 $V_i(f)$ を定義する。

- 6) 間接影響行列の設定

$$\mathbf{H} = \mathbf{D}^2 + \mathbf{D}^3 + \mathbf{D}^4 + \cdots = \mathbf{D}^2(\mathbf{I} - \mathbf{D})^{-1}$$

上と同様に間接影響度 $W_i(h)$, 被間接影響度 $V_i(h)$ を定義する。

- 7) 各影響行列で影響力の大きい関係だけを取り出してみる。

しきい値影響行列でしきい値以下の影響は 0 にする。

- 8) しきい値影響行列を元に要素を階層化して構造を見やすくする。

ISM の技術の利用

- 9) 各要素の影響度と被影響度を調べ、その強さを視覚化する。

7.2 プログラムの利用法

Dematel 法の分析画面を図 1 に、要素 1～要素 5 に関するクロスサポート行列の入力画面を図 2 に示す。ここでは全影響に関する各行列の値を表示するように選択している。

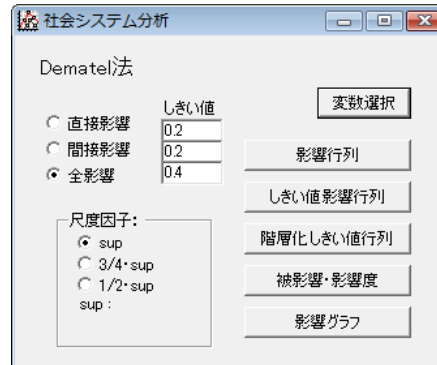


図 1 分析実行画面

	①	②	③	④	⑤
①	0	4	6	0	0
②	0	0	2	8	0
③	0	4	0	0	2
④	0	0	0	0	0
⑤	0	0	0	4	0

図 2 クロスサポート行列

クロスサポート行列から求めた影響行列を図 3 に示す。

	①	②	③	④	⑤
①	0.000	0.696	0.739	0.616	0.148
②	0.000	0.087	0.217	0.887	0.043
③	0.000	0.435	0.087	0.435	0.217
④	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
⑤	0.000	0.000	0.000	0.400	0.000

図 3 影響行列

分析メニューで指定したしきい値に対するしきい値影響行列の表示画面を図 4 に示す。

	①	②	③	④	⑤
①	0.000	0.696	0.739	0.616	0.000
②	0.000	0.000	0.000	0.887	0.000
③	0.000	0.435	0.000	0.435	0.000
④	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
⑤	0.000	0.000	0.000	0.400	0.000

図 4 しきい値影響行列

しきい値影響行列の要素を階層順に並べた階層化しきい値影響行列（分析画面上では「階層化しきい値行列」と略記）の表示画面を図 5 に示す。理論のところでも述べたが、この要素の順番を求める際には ISM の手法を用いている。

	①	⑤	③	②	④
①	0.000	0.000	0.739	0.696	0.616
⑤	0.000	0.000	0.000	0.000	0.400
③	0.000	0.000	0.000	0.435	0.435
②	0.000	0.000	0.000	0.000	0.887
④	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

図 5 階層化しきい値行列

各要素の影響される程度と影響の強さを表す被影響度と影響度の表示画面を図 6 に示す。それらの値を用いた散布図は図 7 に示す。この図では縦軸が被影響度、横軸が影響度である。

	被影響度	影響度
①	0.000	0.439
②	0.243	0.247
③	0.208	0.234
④	0.467	0.000
⑤	0.082	0.080

図 6 被影響度・影響度

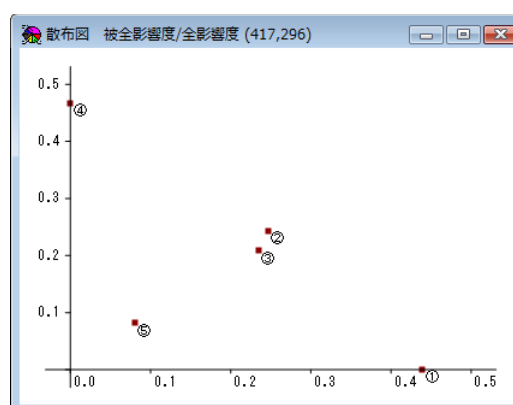


図 7 被影響度・影響度グラフ

ここで Dematel 法のプログラムの利用法をまとめておく。

Dematel 法の目的 → システムの構成要素間の構造を認識する。

要素間の強さの入力は。 → クロスサポート行列

要素間の直接的な影響の強さをみるには。 → 直接影響行列

要素間の間接的な影響の強さをみるには。 → 間接影響行列

要素間の直接・間接を合わせた全影響の強さをみるには。 → 全影響行列

各影響行列で強い影響のところだけ取り出してみるには。

→ 各しきい値と影響行列の種類を設定し、しきい値影響行列をみる。

しきい値影響行列を階層的により見やすくするには。 → 階層化影響行列

各要素の影響力の強さを比較するには。 → 被影響度・影響度

被影響度と影響度の強さを視覚化するには。 → 影響グラフ

例

環境問題について専門家へのアンケートによって Samples¥Dematel1.txt のようなクロスサポート行列が得られた。Dematel 法を用いてこれらの要素の関係を調べ、以下の問いに答えよ。

	工場	車	CO2	NOx	フロン	温暖化	健康
工場	0	2	4	4	2	4	2
車	2	0	2	0	0	4	4
CO2	0	0	0	0	0	8	2
NOx	0	0	0	0	0	0	4
フロン	0	0	0	0	0	0	4
温暖化	0	0	2	0	0	0	2
健康	0	0	0	0	0	0	0

1) 直接影響行列と尺度因子の値を求めよ。

	工場	車	CO2	NOx	フロン	温暖化	健康
工場							
車							
CO2							
NOx							
フロン							
温暖化							
健康							

尺度因子 []

2) 全影響行列の値を求めよ。

	工場	車	CO2	NOx	フロン	温暖化	健康
工場							
車							
CO2							
NOx							
フロン							
温暖化							
健康							

3) 上の行列でしきい値を 0.2 としたとき、工場が影響を与える要素は何か。

[]

4) 直接影響でしきい値を 0.2 としたとき、工場が影響を与える要素は何か。

[]

全影響行列について以下の問いに答えよ。

5) 各要素の影響力の強さと影響を受ける強さを求めよ。

	工場	車	CO2	NOx	フロン	温暖化	健康
影響度							
被影響度							

6) 最も影響力の強い要素は何か。

[]

7) 最も影響を受けやすい要素は何か。

[]

問題

Samples¥Dematel3.txt のクロスサポート行列で、Dematel 法を用いて問いに答えよ。

1) このクロスサポート行列から構造図を描け。但し同じ階層は同じ高さに描くこと。

①

④

2) 全影響行列と尺度因子の値を求めよ。以後すべて全影響行列を使用する。

	①	②	③	④	⑤
①					
②					
③					
④					
⑤					

尺度因子 []

3) 上の行列でしきい値を 0.2 としたとき、③が影響を与える要素は何か。

[]

4) 上の行列でしきい値を 0.2 としたとき、③に影響を与える要素は何か。

[]

5) しきい値をそのまま、尺度因子の値を 1/2sup とした場合、③が影響を与える要素は何か。[]

6) 上のように尺度因子の値を下げることは間接影響をより [大きく・小さく] 見積もることである。尺度因子の値は元に戻しておくこと

7) 各要素の影響力の強さと影響を受ける強さを求めよ。

	①	②	③	④	⑤
影響度					
被影響度					

8) 最も影響力の強い要素とその影響度は。

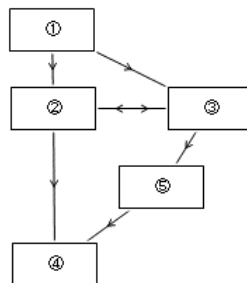
要素名 [] 影響度 []

9) 最も影響を受けやすい要素とその被影響度は。

要素名 [] 被影響度 []

問題解答

1) このクロスサポート行列から構造図を描け。但し同じ階層は同じ高さに描くこと。



2) 全影響行列と尺度因子の値を求めよ。以後すべて全影響行列を使用する。

	①	②	③	④	⑤
①		0.696	0.739	0.616	0.148
②		0.087	0.217	0.887	0.043
③		0.435	0.087	0.435	0.217
④					
⑤				0.400	

尺度因子 [0.1]

3) 上の行列でしきい値を 0.2 としたとき、③が影響を与える要素は何か。

[②、④、⑤]

4) 上の行列でしきい値を 0.2 としたとき、③に影響を与える要素は何か。

[①、②]

5) しきい値をそのまま、尺度因子の値を $1/2\text{sup}$ とした場合、③が影響を与える要素は何か。[②]

6) 上のように尺度因子の値を下げることは間接影響をより [大きく・小さく] 見積もることである。尺度因子の値は元に戻しておくこと

7) 各要素の影響力の強さと影響を受ける強さを求めよ。

	①	②	③	④	⑤
影響度	0.439	0.247	0.234	0	0.080
被影響度	0	0.243	0.208	0.467	0.082

8) 最も影響力の強い要素とその影響度は。

要素名 [①] 影響度 [0.439]

9) 最も影響を受けやすい要素とその被影響度は。

要素名 [④] 被影響度 [0.467]

7.3 Dematel 法の理論

Dematel (Decision Making Trial and Evaluation Laboratory) 法はある問題となるシステム内の要素間の関係の強さを専門家へのアンケートで決定し、その2項関係を用いて、各要素の影響の様子や影響の強さまたは影響を受ける程度などを導き出し、システム構造への理解を深めようとする分析手法である。このプログラムは参考文献 11) に従って作成した。

まず以下のような n 次元のクロスサポート行列を専門家へのアンケートから決める。

$$\mathbf{A} = (a_{ij})$$

クロスサポート行列 $\mathbf{A}$ の成分 a_{ij} は影響の強さに応じて $\{0, 2, 4, 6, 8\}$ の値をとるものとする。次に以下のように直接影響行列 $\mathbf{D}$ を定義する。

$$\mathbf{D} = s\mathbf{A}$$

ここに係数 s は以下の関係を満たすものと仮定する。

$$s < \sup \equiv 1 / \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n |a_{ij}| \quad (1)$$

具体的には $s = \sup, 3/4 \cdot \sup, 1/2 \cdot \sup$ などがよく用いられる。特に $s = \sup$ の場合、関係を満たしていないが、利用されることが多い。

次に直接影響行列 $\mathbf{D}$ を使って、 k 次の影響を考えるとその強さは $\mathbf{D}^k$ で与えられる。

これよりすべての次数の影響を考えると全影響行列 $\mathbf{F}$ は以下のように与えられる。

$$\mathbf{F} = \sum_{k=1}^{\infty} \mathbf{D}^k = \mathbf{D}(\mathbf{I} - \mathbf{D})^{-1} \quad (2)$$

ここで (1) 式は (2) 式の収束の十分条件になっている。

全影響から直接影響を除いた間接影響行列 $\mathbf{H}$ は以下で与えられる。

$$\mathbf{H} = \sum_{k=2}^{\infty} \mathbf{D}^k = \mathbf{D}^2(\mathbf{I} - \mathbf{D})^{-1}$$

これらの行列の成分の大きさは関係の強さを表しており、我々はある程度大きな値に絞って関係を見てみたいと考える。そこで、直接影響行列、全影響行列、間接影響行列それぞれにあるしきい値を設け、それより小さい成分はすべて 0 としてこれらの影響行列を書き直すことにする。これをそれぞれしきい値直接影響行列、しきい値全影響行列、しきい値間接影響行列とよぶ。これらすべてを総称する場合はしきい値影響行列とよぶ。以後の名称からは「直接」、「全」、「間接」を取り除き、この総称を用いることとする。必要な場合は適宜付けて用いる。

しきい値影響行列を用いて要素間の関係を示す構造図を描く際、ISM の階層化の技術を利用すると見通しがよくなる。そこでこれらの行列に対して 0 と異なる成分を 1 として、階層化可到達行列を求め、その要素の並びを用いてしきい値影響行列を書き直す。我々はこれを階層化しきい値影響行列と呼ぶ。

要素 i が他の要素から影響を受ける程度や要素 i が他の要素に影響を与える程度は、それぞれ以下の式によって与えられる。

$$v_i(f) = \sum_{j=1}^n f_{ji} / \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n f_{ij}, \quad w_i(f) = \sum_{j=1}^n f_{ij} / \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n f_{ij}$$

この v_i を被影響度、 w_i を影響度と呼ぶ。ここでは例として成分を f_{ij} とする全影響行列 $\mathbf{F}$ についてのものを与えたが、直接影響行列、間接影響行列についての被影響度と影響度も同様に定義できる。

最後に 1 節でも述べたが、Dematel 法の手順をまとめておく。

- 1) 専門家に与えられた問題に対する要素を抽出してもらう。(済み)
- 2) 各要素間の直接影響の強さ a_{ij} ($= (\mathbf{A})_{ij}$) を専門家に決めてもらう。(済み)

非常に大きな影響 8 かなりの影響 4
ある程度の影響 2 無視しうる影響 0 $\mathbf{A}$: クロスサポート行列

- 3) 後で行う行列の演算が収束するための尺度因子 s を設定する。

$$s \leq \sup = 1 / \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n |a_{ij}| \quad (\text{通常 } s = \sup, \frac{3}{4} \sup, \frac{1}{2} \sup \text{ が一般的})$$

小さな s だと間接的な影響が小さくなる。

- 4) 直接影響行列を設定する。

$$\mathbf{D} = s\mathbf{A}^+ \quad s : \text{尺度因子}, (\mathbf{A}^+)_{ij} = |a_{ij}|$$

$$d_{i\bullet} = \sum_{k=1}^n d_{ik} \quad \text{要素 } i \text{ が他の要素に与える直接影響の総和}$$

$$d_{\bullet i} = \sum_{k=1}^n d_{ki} \quad \text{要素 } i \text{ が他の要素から受ける直接影響の総和}$$

$$d_i = d_{i\bullet} + d_{\bullet i} \quad \text{要素 } i \text{ の直接影響強度}$$

$$W_i(d) = d_{i\bullet} / \sum_{j=1}^n d_{j\bullet} = d_{i\bullet} / \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n d_{kj} \quad \text{要素 } i \text{ の直接影響度}$$

$$V_i(d) = d_{\bullet i} / \sum_{k=1}^n d_{\bullet k} = d_{\bullet i} / \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n d_{kj} \quad \text{要素 } i \text{ の被直接影響度}$$

- 5) 全影響行列を設定する。

$$\mathbf{F} = \mathbf{D} + \mathbf{D}^2 + \mathbf{D}^3 + \mathbf{D}^4 \cdots = \mathbf{D}(\mathbf{I} - \mathbf{D})^{-1}$$

上と同様に全影響度 $W_i(f)$, 被全影響度 $V_i(f)$ を定義する。

- 6) 間接影響行列の設定

$$\mathbf{H} = \mathbf{D}^2 + \mathbf{D}^3 + \mathbf{D}^4 + \cdots = \mathbf{D}^2(\mathbf{I} - \mathbf{D})^{-1}$$

上と同様に間接影響度 $W_i(h)$, 被間接影響度 $V_i(h)$ を定義する。

- 7) 各影響行列で影響力の大きい関係だけを取り出してみる。

しきい値影響行列でしきい値以下の影響は 0 にする。

- 8) しきい値影響行列を元に要素を階層化して構造を見やすくする。ISM の技術の利用

- 9) 各要素の影響度と被影響度を調べ、その強さを視覚化する。

8. KSIM

8.1 KSIM とは

KSIM (Kane's Simulation) は経済システムや社会システムのように、はっきりと定義されないシステムの時間的な変化をシミュレートする手法である。取扱う変数は、数値的なものの場合もあれば、数値的に表されない好みや傾向といったものもあるが、基本的にはすべて主観的な量に変換して分析を行う。即ち全ての変数、例えば工業化の度合い等も、0 より大きく 1 より小さい数値で表す。

システムの i 番目の変数について時刻 t から $t+dt$ までの変化を以下で定義する。

$$x_i(t+dt) = x_i(t)^{p_i(t)}. \quad (1)$$

ここに $p_i(t)$ は影響力を与える因子で、以下で定義される。

$$p_i(t) = \frac{1 + \frac{cdt}{2} \sum_{j=1}^n (|a_{ji}| - a_{ji}) x_j(t)}{1 + \frac{cdt}{2} \sum_{j=1}^n (|a_{ji}| + a_{ji}) x_j(t)}. \quad (2)$$

行列 $\mathbf{A}=(a_{ij})$ はインパクト行列と呼ばれ、変数 x_i から x_j への影響を表す。ここでは行方向が影響を与える側、列方向が影響を受ける側とし、慣例的に相互作用の強さは -3 から 3 程度の大きさの整数値で表される。 dt は時間の刻み値、 c は省かれることが多いが、インパクト行列の数値をある範囲に限定した場合の相互作用の絶対的な大きさを表すパラメータである。このパラメータを導入しておくとも実際の時間単位のシミュレーションが可能となる。また、データとしては、時刻 0 での変数の初期値も必要である。初期値として全ての変数に対して 0 より大きく 1 より小さい範囲の値を設定すると、全ての時刻において、 $0 < x_i(t) < 1$ ($i=1, 2, \dots, n$) となる。

KSIM は種々の量の大まかな変化のイメージを補助するための定性的なシミュレーション手法である。ここで定性的とは、数値にはこだわらず、性質のみを対象にすることであり、シミュレーションと呼べる分析か否か問題がある。特に時間に関する変化は、多分に主観的である。

8.2 プログラムの利用法

分析画面と分析用の実際のデータをそれぞれ図 1 と図 2 に示す。

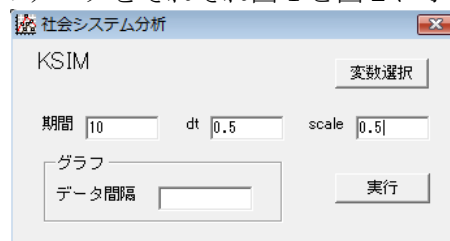


図 1 KSIM の分析画面

データ編集 KSIM2.txt

	X1	X2	X3	X4	X5	X6
初期値	0.70	0.25	0.50	0.10	0.50	0.10
X1	-2	2	0	0	-1	0
X2	0	0	1	2	-1	2
X3	0	-2	0	0	1	0
X4	-1	-1	-2	2	-1	2
X5	2	2	1	-1	-1	0
X6	0	0	0	0	1	0

1/3 (1.1) 分析: KSIM 備考: 期間=10,dt=0.5,scale=0.5

図2 KSIM のデータ

ここに、「期間」は分析実行の期間、「 dt 」は分析の刻み値、「scale」は(2)式のパラメータ c を表す。「出力変数」は、上の例だと1番目と3番目から6番目を指定していることになる。「変数選択」をして、「実行」ボタンをクリックすると計算結果がグリッド表示とグラフ表示で出力される。グリッド表示では刻み値で与えられた値毎のデータが、グラフ表示では適当に計算結果の間を抜いた形で表示される。グラフの表示間隔を自分で指定したい場合は、「データ間隔」に適切な値を入力して実行する。実行結果は図3と図4のようになる。

計算結果

	X1	X2	X3	X4	X5	X6
0.0	0.7000	0.2500	0.5000	0.1000	0.5000	0.1000
0.5	0.6755	0.3313	0.5418	0.1103	0.4333	0.1409
1.0	0.6439	0.3974	0.5811	0.1351	0.3711	0.2008
1.5	0.6044	0.4446	0.6150	0.1778	0.3166	0.2815
2.0	0.5569	0.4722	0.6410	0.2413	0.2720	0.3803
2.5	0.5017	0.4807	0.6569	0.3266	0.2376	0.4904
3.0	0.4397	0.4704	0.6607	0.4297	0.2126	0.6019
3.5	0.3732	0.4415	0.6505	0.5415	0.1952	0.7046
4.0	0.3051	0.3946	0.6241	0.6496	0.1838	0.7908

図3 KSIM の実行画面（グリッド）

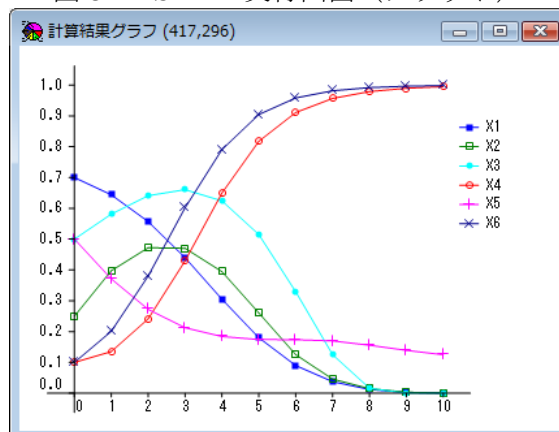


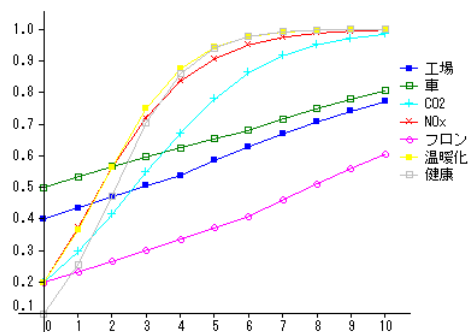
図4 KSIM の実行画面（グラフ）

例

Samples¥KSIM3.txt は前節で述べた環境問題について専門家へのアンケートによって得られたクロスサポート行列と各変数の初期値である。KSIM を用いてこれらの要素の変化の様子を調べよ。但し、期間：10， dt ：0.5，scale：0.1 とすること。

	工場	車	CO2	NOx	フロン	温暖化	健康
初期値	0.4	0.5	0.2	0.2	0.2	0.2	0.1
工場	0	2	4	4	2	4	2
車	2	0	2	0	0	4	4
CO2	0	0	0	0	0	8	2
NOx	0	0	0	0	0	0	4
フロン	0	0	0	0	0	0	4
温暖化	0	0	2	0	0	0	2
健康	0	0	0	0	0	0	0

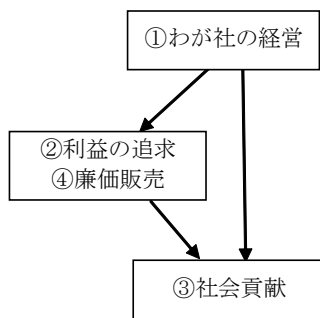
KSIM による結果



このデータを Dematel 法や ISM で分析することも考える。

問題 1

KSIM3.txt の 2 ページ目のデータを用いて ISM で分析し、「縮約隣接行列」を表示させ、縮約構造図を描け。



縮約構造図の例

問題 2

KSIM1.txt のデータを用いて KSIM を実行し、以下の問いに答えよ。但し、パラメータの値はデータに指定した通りとする。

- 1) シミュレーション終了時点で最も大きい変数は何か。 []
- 2) シミュレーション終了時点で最も小さい変数は何か。 []
- 3) 時間を長くしていくと変数 x3 はどうなるか。 [上がる・変わらない・下がる]

このデータ（2 ページ目）を使って Dematel 法で分析する。

4) 全影響で見た場合、最も影響力のある変数はどれか。 []

5) 全影響で見た場合、最も影響される変数はどれか。 []

このデータ（2 ページ目）を使って ISM で分析する。

6) これらのデータは階層的であるか。（階層構造図を描いてみる）

[階層的である・互いに影響し合っており階層的でない]

問題 3

KSIM2ex.txt のデータを用いて KSIM を実行し、以下の問いに答えよ。但し、パラメータの値はデータに指定した通りとする。

1 ページ目のデータから

1) 最終的に大きくなっていく変数は何か。 []（ヒント：時間を長く）

2) 一旦上がって、下がりだす変数は何か。 []

2 ページ目のデータを使って Dematel 法で分析する。

3) 全影響で見た場合、最も影響力のある変数はどれか。 []

4) 全影響で見た場合、最も影響される変数はどれか。 []

上のデータを使って ISM で分析する。

5) このデータは階層的であるか。

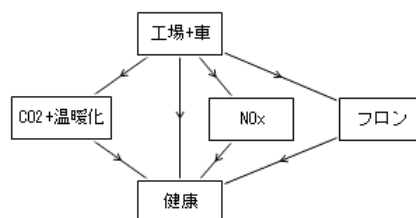
[階層的である・互いに影響し合っており階層的でない]

上のデータから Dematel 法で直接影響のしきい値影響行列（しきい値は 0.2 とする）を作り、[編集－エディタ追加] 機能で結果をエディタの最終ページに貼り付け、ISM で分析する。（大きな影響を考えると、ここで描く図のような関係になる）

6) しきい値影響行列の縮約構造図を描け。

問題 1 解答

KSIM3.txt の 2 ページ目のデータを用いて ISM で分析し、「縮約隣接行列」を表示させ、縮約構造図を描け。



問題 2

KSIM1.txt のデータを用いて KSIM を実行し、以下の問いに答えよ。但し、パラメータの値はデータに指定した通りとする。

- 1) シミュレーション終了時点で最も大きい変数は何か。 [x5]
- 2) シミュレーション終了時点で最も小さい変数は何か。 [x3]
- 3) 時間を長くしていくと変数 x3 はどうなるか。 [上がる・変わらない・下がる]
- 4) 全影響で見た場合、最も影響力のある変数はどれか。 [x1]
- 5) 全影響で見た場合、最も影響される変数はどれか。 [x5]
- 6) これらのデータは階層的であるか。(階層構造図を描いてみる)
[階層的である・互いに影響し合っており階層的でない]

問題 3

KSIM2ex.txt のデータを用いて KSIM を実行し、以下の問いに答えよ。但し、パラメータの値はデータに指定した通りとする。

- 1) 最終的に大きくなっていく変数は何か。 [x4, x6] (ヒント：時間を長く)
- 2) 一旦上がって、下がりだす変数は何か。 [x2, x3]
- 3) 全影響で見た場合、最も影響力のある変数はどれか。 [x4]
- 4) 全影響で見た場合、最も影響される変数はどれか。 [x2]
- 5) このデータは階層的であるか。
[階層的である・互いに影響し合っており階層的でない]

上のデータから Dematel 法で直接影響のしきい値影響行列 (しきい値は 0.2 とする) を作り、[編集－エディタ追加] 機能で結果をエディタの最終ページに貼り付け、ISM で分析する。(大きな影響を考えると、ここで描く図のような関係になる)

- 6) しきい値影響行列の縮約構造図を描け。

