社会システム分析のための統合化プログラム２６
― 関数グラフと定積分の拡張・不等式グラフ ―

福井正康・尾崎誠
福山平成大学経営学部経営学科

概要：我々は教育分野での利用を目的に社会システム分析に用いられる様々な手法を統合化したプログラム College Analysis を作成してきた。今回我々はグラフと定積分について大幅なプログラムの改訂を行った。また新しく不等式グラフを描画するプログラムも作成した。将来、College Analysis の数学機能を強化して、理系授業の有力なツールとなるようにして行きたい。

キーワード：College Analysis，数学，関数グラフ，定積分，不等式
URL：http://www.heisei-u.ac.jp/ba/fukui/

１．はじめに

我々は、統計学や経営科学の分野で利用されるプログラムを統合した、社会システム分析プログラム College Analysis を開発し、フリーソフトとしてホームページ上で公開してきた[1]。今回機能を強化した分野は数学である。我々は、教養の数学に利用するだけでなく、理系の数学の授業でも利用できるプログラムを目標にする。そのためにはどのようなことに注意を払うべきか考えて行きたい。

統計学や経営科学では、数学的な理論と分析の実践とが分離されており、数学の細かい点を理解していなくても分析は実行可能である。授業では学生の理解力に応じて数学的な理論の説明を省略することもできる。統計などは、理論の適用限界を理解していれば、むしろパソコンを使って演習問題を繰り返す方が実際に現場では役に立つかも知れない。そのため、授業では演習それ自体がソフトの活用法の学習であった。

しかし、理系の数学の授業では、理論展開こそが重要で、プログラムは補助的役割となる。そのため授業中常に利用するのではなく、途中で必要に応じて利用することを考える。また、通常の授業の中で、教員が補助的に使用して学生に見せる場合も考えられる。プログラムが授業の主役になるものではないので、我々が開発で考えるべきことは、簡単に短時間で結果が表示できる機能である。これらのことを念頭に置き、我々はこれまでのプログラムに大幅な改訂を行った。

現在 College Analysis には数学の分野で、簡易計算、グラフ（微分を含む）、方程式ソルバー、定積分、常微分方程式、行列計算、幾何アニメーションの機能が含まれているが[2]-[4]、今回、数学の授業でも利用できるように、まず標準的な数学の教科書の内容を基に[5]、グラフと定積分のプログラムを大幅に改定した。また新しく、不等式グラフの描画ができるプログラムを追加した。この報告ではこれらの機能を詳しく紹介する。

数学のソフトウェアでは Mathematica のようにほぼすべての領域を含むもの、フリーソフトウェア

では、Maxima などのように数式処理に優れたもの、GeoGebra などのようにグラフ描画や作図に優れたもの、R などのように数値処理に優れたもの、GRAPES や Function View などのように教育利用に優れたものなど、様々なソフトがあるが、College Analysis の数学機能は Function View やプログラム関数電卓のような気軽に使える形態を目指している。

２．グラフの拡張

グラフを表示するプログラムは 4 種類ある。即ち、1 変数関数、2 変数関数、2 次元パラメータ表示関数、3 次元パラメータ表示関数を表示するプログラムである。ここでは順番に機能を紹介する。

2.1　１変数関数グラフ

メニュー［分析ー数学ーグラフー1 変数関数グラフ］を選択すると図 2.1 のような実行メニューが表示される。

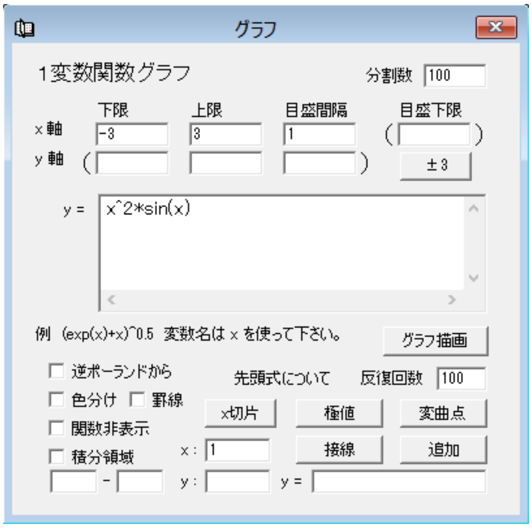

図 2.1　実行メニュー

但し、テキストボックスに入力されている式には、メニュー表示後に入力されたものである。

グラフ描画の x 軸の「下限」、「上限」、「目盛間隔」を入力し、中央の「y =」テキストボックスに、変数名を x にした関数を入力する。関数は改行して複数個同時に入力することも可能である。ここで、描画範囲に pi を使って、下限 -pi、上限 pi、、目盛間隔 pi/2（どこかに 0 が含まれていてもよい）のように入力すると軸が π を使って表示される。

このプログラムには先頭に書かれた式の「x 切片」、「極値」、「変曲点」を求める機能もある。また、「接線」ボタンをクリックすると、「x =」テキストボックスに書かれた x 座標での接線の式が右下の「y =」テキストボックスに表示される。その式を「追加」ボタンで中央の「y =」テキストボックスに追加コピーすることによって、関数に接線も合わせて表示できる。ここまではすでに参考文献[1]で説明している。

新たに追加した機能としては、逆ポーランド形式からの描画、グラフの罫線、色分け、関数非表示、積分領域表示の機能である。特によく利用する機能はグラフの罫線と関数非表示機能であろう。例と

してグラフを「罫線」チェックボックスにチェックをして表示すると、図 2.2a のようになる。また、「関数非表示」チェックボックスをチェックして、グラフを表示せずに描いたものが図 2.2b である。

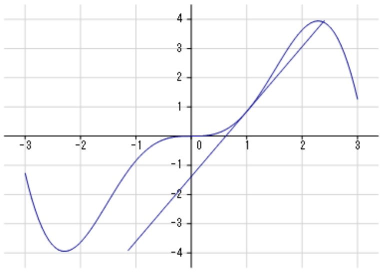

図 2.2a　罫線表示

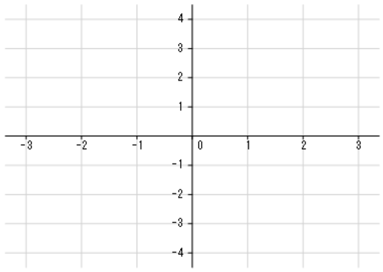

図 2.2b　グラフ非表示

教科書の微分の章で、例題は図が付いて示されるが、その他の問題については式だけが与えられることも多い。特に極値や変曲点を求める問題では、グラフを見ることでより理解が深まると考えられるので、手軽にグラフが表示できる環境は重要である。また、教員が問題を作る際にも、実際に図や数値を眺めながら作る方がかなり効率的である。図 2.6b の軸のみの表示は、グラフを確かめた上で軸のみ表示してくれるので、グラフを描かせるような演習のプリント作成などで大変役に立っている。

2.2　2 変数関数グラフ

2 変数関数グラフは 1 変数関数グラフを拡張したもので、結果は 3 次元空間上に曲面の形で表示される。メニュー［分析－数学－グラフ－2 変数関数グラフ］を選択すると図 2.3 のような実行メニューが表示される。

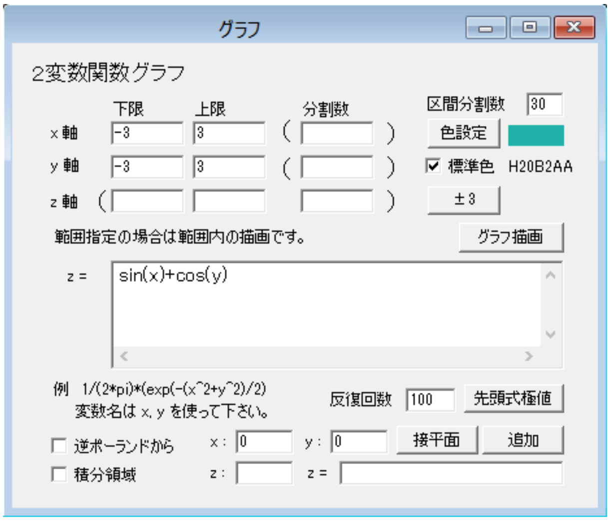

図 2.3　実行メニュー

中央の「z =」テキストボックスに 2 変数関数式を書き、「グラフ描画」ボタンをクリックすると 3 次元のグラフが表示される。グラフはマウスで視点を自由に変更できる。その他の部分は 1 変数関数グラフと同様であるが、極値の表示では鞍点も追加される。接点における接平面の式は、「接平面」ボタンで表示される。「追加」ボタンをクリックすると接平面の式が関数式に追加され、描画すると 2 つ

のグラフが同時に描画される。

今回新しく追加した機能は、逆ポーランド形式からの描画と積分領域の描画である。後者については定積分のところで説明する。

2.3　2 次元パラメータ表示関数グラフ

2 次元パラメータ表示関数とは $x = f(u)$、$y = g(u)$ の形で表されるものである。パラメータ u はある一定の範囲を変動する。極座標表示の関数 $r = f(\theta)$ もパラメータ表示関数で、$r = f(u)$、$\theta = u$ のように表される。サイクロイドやリサージュ曲線はパラメータ表示関数の有名な例である。

メニュー［分析－数学－グラフ－2 次元パラメータ表示関数グラフ］を選択すると図 2.4 のような実行メニューが表示される。

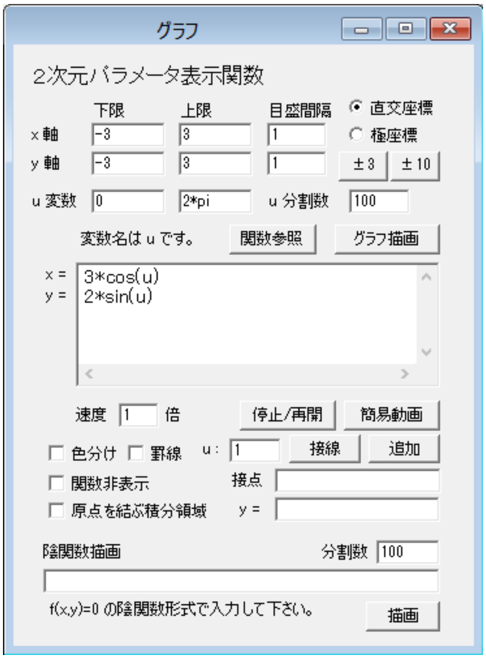

図 2.4　実行メニュー

例えば楕円は、x 座標と y 座標をパラメータ u で、(x =) 3*cos(u)、　(y =) 2*sin(u) と表示し、「グラフ描画」ボタンをクリックすると描画される。

パラメータ表示関数は、パラメータ値の変化による描画過程がアニメーションで表示されると効果的である。このプログラムでは「簡易動画」ボタンをクリックすると、図 2.5 のように描画過程とパラメータ値を表示する。

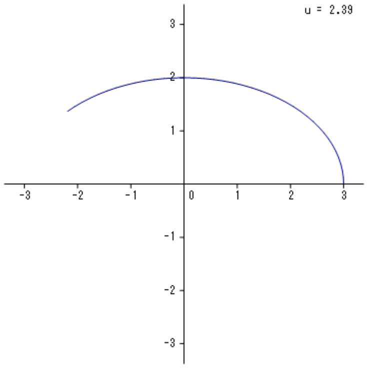

図 2.5　描画過程

描画は「停止／再開」ボタンや「速度」テキストボックスによって制御できる。

「接線」ボタンをクリックすることで、パラメータ u の値により、接点の位置と接線の方程式を求めることができる。さらに「追加」ボタンによって、求められた接線を図 2.6 のように描画に追加して行くことができる。これは直交座標でも極座標でも同様である。

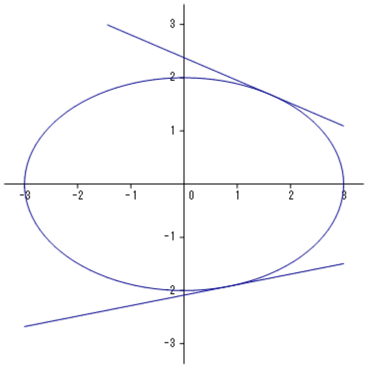

図 2.6　接線の追加

パラメータ表示関数は、直観的に形状が分かりにくく、教えにくい概念である。描画されたものを見ながら問題を考えることは重要である。

このプログラムの中でもう一つ役に立つ機能が陰関数描画である。図 2.11 の下部にある陰関数描画テキストボックスに関数を陰関数 $f(x,y)=0$ の形（特に右辺が 0 である必要はない）で入力し、「描画」ボタンをクリックする。例えば

$$\frac{x^2}{4}-\frac{xy}{2}+\frac{y^2}{2}-1=0 \quad (\mathrm{x\^{}2/4\text{-}x*y/2+y\^{}2/2\text{-}1=0})$$

の関数だと、結果は図 2.7 のようになる。

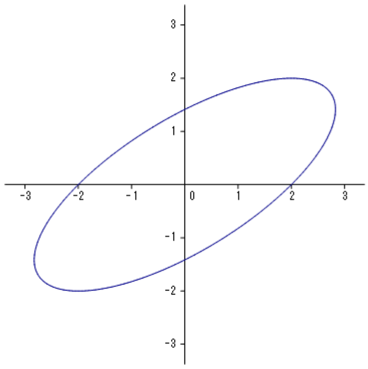

図 2.7　2 次元陰関数

陰関数描画は高校の授業でも大学の授業でも、2 次曲線などで利用する機会が多い。特に、図 2.15 のように 2 次曲線の回転形は直観的に分かりにくく、描画が非常に有効である。またこれは係数行列の固有値問題とも関係しており、著者（福井）の行列の授業で利用したこともある。その他にも複雑な関数で、想像もつかないようなグラフが表示されることは、知的に楽しいものであろう。

2.4　3 次元パラメータ表示関数グラフ

3 次元パラメータ表示関数は 2 次元からの拡張である。メニュー［分析－数学－グラフ－3 次元パラメータ表示関数グラフ］を選択すると図 2.8 のような実行メニューが表示される。

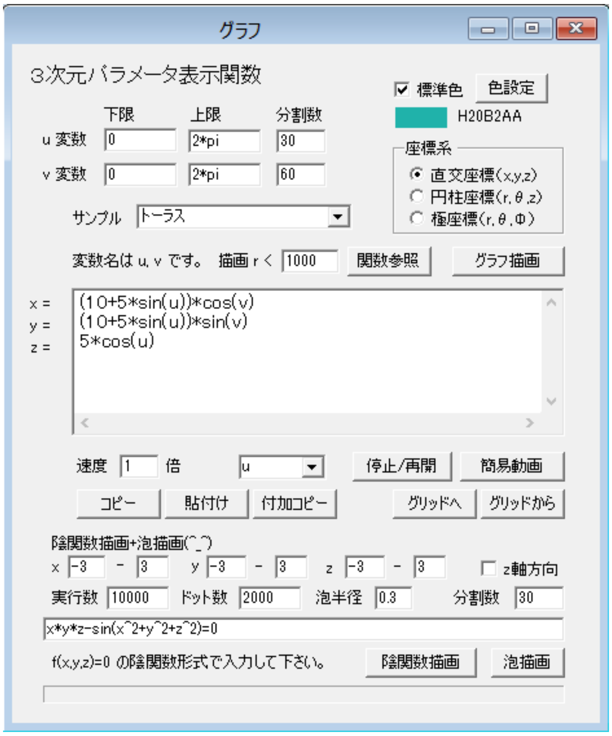

図 2.8　実行メニュー

3 次元パラメータ表示関数は、関数の曲面上の点の直交座標 (x, y, z) 、円柱座標 (r, θ, z) 、極座標 (r, θ, ϕ) のいずれかを 2 つのパラメータ u, v で表す。3 次元パラメータ表示関数には複雑なものが多いため、パラメータの範囲を含めて、グリッドエディタに保存し、呼び出せる機能を付けている。

3 次元パラメータ表示関数の描画は表示範囲が分かりにくいので、メニューで範囲を指定せず、図形が適当な大きさになるように領域が自動的に設定される。また、形が重要であるので、軸のスケールはすべての方向で同一にしている。

3 次元パラメータ表示関数には 2 次元の場合と同様、アニメーション機能を付けている。2 つのパラメータを同時に動かした場合の描画過程を図 2.9 に示す。もちろん、単独のパラメータを変化させてのアニメーションも可能である。

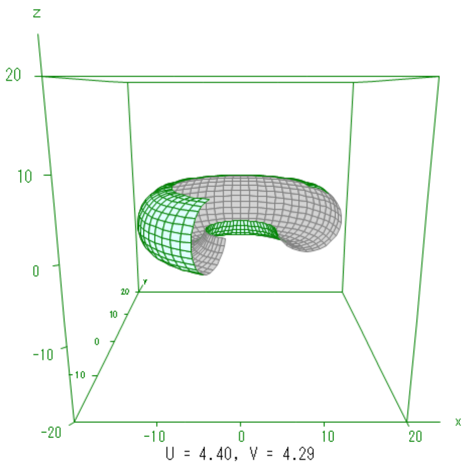

図 2.9　描画過程

陰関数描画は 2 次元の場合と同様大変役に立つ。図 2.8 に示された陰関数

$xyz - \sin(x^2 + y^2 + z^2) = 0$　　（ x*y*z-sin(x^2+y^2+z^2)=0 ）

の場合、図 2.10 のような描画結果となる。但し、見る角度を変えて、色付けしている。

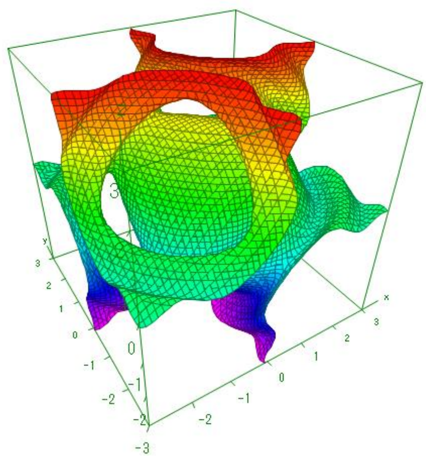

図 2.10　3 次元陰関数

3 次元パラメータ曲面や陰関数グラフは複雑な図形にまで対応しているが､数学の授業でよく利用されるのは 2 次曲面と回転体であろう。回転体については次の定積分のところでも触れる。

3．定積分の拡張

数学の教科書に現れる定積分にはどのような積分があるのか項目別に分類してみる。

積分変数　1～3
座標系　　直交座標、極座標、円柱座標（3 次元）
関数　　　座標の関数、パラメータ表示関数
積分目的　曲線の長さ、面積、体積、一般の関数、軸周りの回転体体積

ここに、一般の関数の積分では、1 変数及び 2 変数の場合、1 次元多い空間に座標軸を設けて、面積や体積を求める積分に帰着させることができる。我々は、グラフ描画の際に、この解釈を用いている。3 変数の場合も 4 次元上で同様に考えられるが、図に描けないため区別しておく。

積分は変数の数や関数の種類に応じて、目的が異なってくるので、複雑さを避けるために、メニューから積分方法を選べるようにしたい。そのため、定積分のプログラムを以下の 3 種類に分類する。1 つはグラフ描画の場合の 1 変数関数と 2 変数関数をまとめた直交座標での積分、後の 2 つは、2 次元パラメータ表示関数に関する積分と 3 次元パラメータ表示関数に関する積分である。以下それぞれについてどのような積分の種類を考えるか見ていく。

直交座標での積分では､1 変数の場合､面積と曲線の長さと x 軸周りの回転体の体積､2 変数の場合､体積と面積、3 変数の場合は 3 変数の一般の関数の積分を考える。2 次元パラメータ表示関数に関する積分では、原点を結ぶ面積、曲線の長さ、x 軸周りの回転体の体積を考える。3 次元パラメータ表示関数に関する積分では、原点を結ぶ体積、面積、1 つのパラメータを使った 3 次元中の曲線の長さ、3 変数の一般の関数の積分を考える。

3.1　直交座標での積分

メニュー［分析－数学－定積分－直交座標での積分］を選択すると、図 3.1 のような実行メニューが表示される。

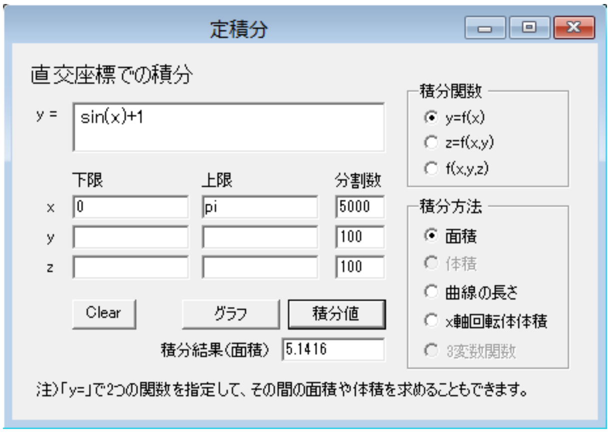

図 3.1　実行メニュー

ここでは「積分関数」を選ぶことによって、「積分方法」の選択肢が示される。積分関数として「y = f(x)」を選択すると、積分方法は、面積、曲線の長さ、x 軸回転体体積となる。積分関数として「z = f(x,y)」を選択すると、面積、体積となる。また、積分関数として「f(x,y,z)」を選択すると、3 変数関数だけとなる。

図 3.1 の例の場合、「グラフ」ボタンをクリックすると、1 変数関数グラフのメニューが表示され、描画結果は図 3.2 のようになる。

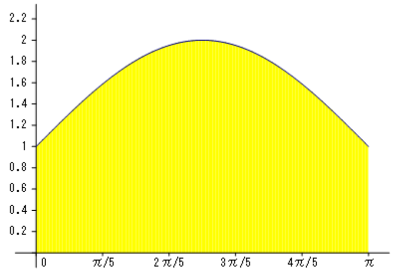

図 3.2　(y =) sin(x)+1　の積分範囲

積分範囲の色は、積分値が正の場合は黄色、負の場合は赤色になる。

「積分値」ボタンをクリックすると「積分結果」テキストボックスに計算結果が表示される。積分値は領域の分割数によって誤差が生じるが、多次元の場合、細かくし過ぎると計算機の能力により計算時間が 10 秒以上（ハングアップと間違えない程度を基本にしている）かかることがある。デフォルトでは変数数に応じて適当な数値を与え、利用者が必要に応じて変更できるようにしている。

同じ設定で、「x 軸回転体体積」では「グラフ」ボタンで、3 次元パラメータ表示関数グラフのメニューが表示され、描画結果は図 3.3 のようになる。

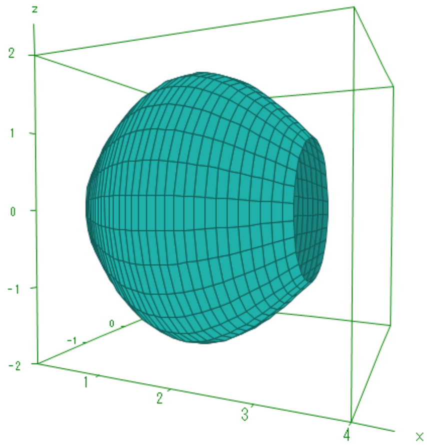

図 3.3　x 軸回転体体積での積分範囲

次に積分関数が「z = f(x,y)」の設定で、関数を(z =) sin(x)+cos(y) とし、積分範囲を 0≦x≦1、 0≦y≦x として、グラフを描画すると、図 3.4 のような、領域が切断されたグラフになる。

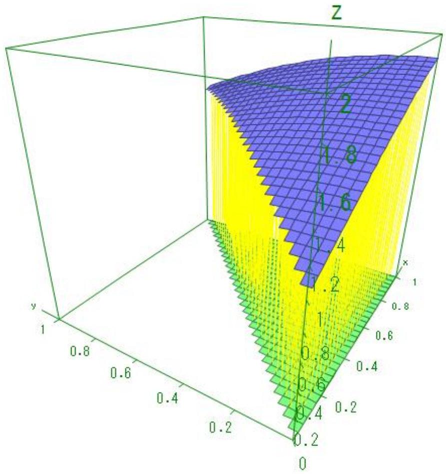

図 3.4　関数で表される積分範囲

ここでは積分範囲内に、正の場合は黄色、負の場合は赤色で縦線を入れることができる。

2 つの関数を指定した場合、2 次元での面積や 3 次元での体積の場合は、2 つの関数の間の面積や体積を計算し、2 次元での曲線の長さや 3 次元での面積の場合は、2 つの関数それぞれの和を計算する。その際には、「積分結果」の部分にその旨を表示する。

例えば、(y =) sin(x)+1，(y =) cos(x)+1 のように関数を上下に並べて 2 つ指定した場合は、上の関数から下の関数を引いた積分結果が得られる。グラフを描くと図 3.5 のようになる。

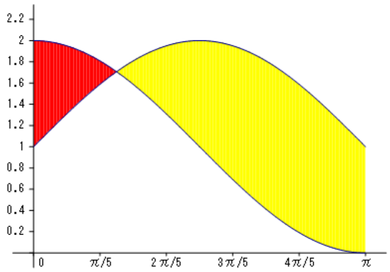

図 3.5　y=sin(x)+1、 y=cos(x)+1 の積分範囲

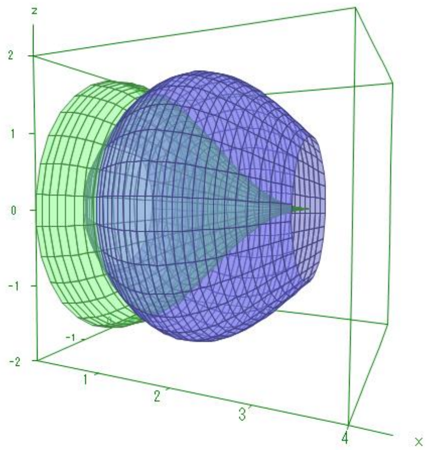

図 3.6　x 軸回転体積積分

図 3.5 の 2 つの関数の x 軸周りの回転を考えると、2 つの回転体間の体積を求めることができる。2 つの領域を半透明に描いたグラフが図 3.6 である。

3.2　2 次元パラメータ表示積分

メニュー［分析－数学－定積分－2 次元パラメータ表示積分］を選択すると図 3.7 のような実行メニューが表示される。

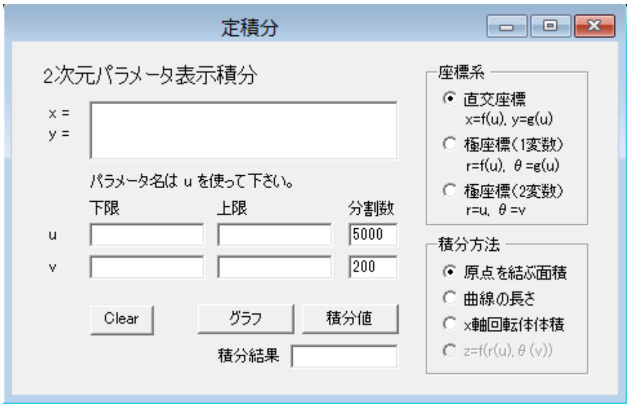

図 3.7　実行メニュー

座標系により計算できる積分方法は、座標系が「直交座標」または「極座標（1 変数)」のとき、「原点を結ぶ面積」と「曲線の長さ」であり、座標系が「極座標（2 変数)」のとき、「2 変数関数 f(u,v)」である。

例えば、カージオイドと呼ばれる曲線

$$r = a(1+\cos\theta) \quad (0 \le \theta \le 2\pi)$$

を我々の「極座標（1 変数)」の表示にすると、例えば $a = 2$ として、以下のようになる。

(r =) 2*(1+cos(u)) ,（θ =) u ,　　0≦u≦2*pi

この関数の原点を結ぶ面積のグラフは、2 次元パラメータ表示関数の描画として図 3.8 のようになる。

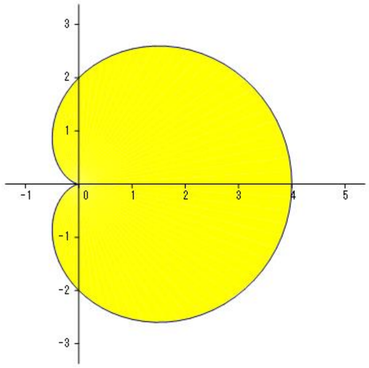

図 3.8　原点を結ぶ面積のグラフの描画

座標系が「極座標（2 変数)」の場合は、$f(r,\theta)$ の $r(=u)$ と $\theta(=v)$ による積分であるが、$z = f(r,\theta)$ と考えると 3 次元空間における円柱座標による体積の積分と考えられる。例えば、

(f =) 3*exp(-u^2) ,　　0≦u≦3 ,　　0≦v≦2*pi

として、結果を求めることができる。グラフは図 3.9 のようになる。

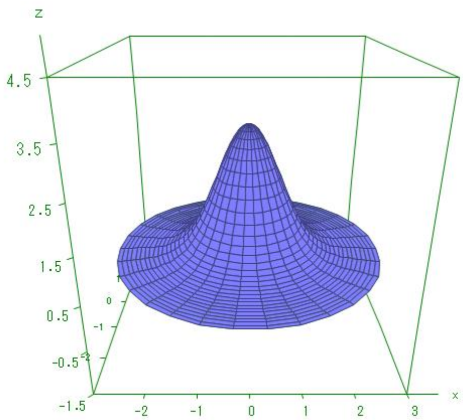

図 3.9　円柱座標での体積積分

2 次元パラメータ積分の場合、直交座標の場合と同様に、x 軸回転体のグラフやその体積も求めることができる。

3.3　3 次元パラメータ表示積分

メニュー［分析－数学－定積分－3 次元パラメータ表示積分］を選択すると図 3.10 のような実行メニューが表示される。

図 3.10　実行メニュー

座標系が「直交座標」、「円柱座標（2 変数）」、「極座標（2 変数）」のいずれかの場合、積分方法は「原点を結ぶ体積」、「面積」、「曲線の長さ（u のみ）」が選択できる。曲線の長さは、パラメータ表示関数が u だけで表示されているもので、3 次元上の曲線となる。例えば、以下の式では

(x =) 3*cos(u) ,　(y =) 3*sin(u) ,　(z =) u/5 ,　　0≦u≦20*pi

グラフは図 3.11 のようになる。

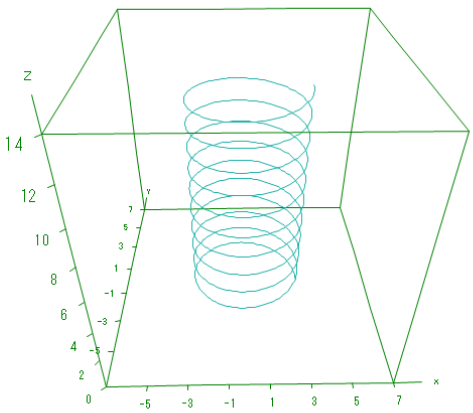

図 3.11　3 次元パラメータ表示曲線

ここでは描画の分割数を 1000 にして、滑らかになるようにしている。

座標系が「円柱座標（3 変数）」、「極座標（3 変数）」の場合、積分方法は「3 変数関数」だけが選択できる。この場合、グラフは表示できない。

積分はグラフを表示することでその意味を深く理解することができる。特に極座標や円柱座標の場

合、グラフによる直観的理解は重要である。このプログラムでは、積分からグラフ表示まで、殆どメニューに条件設定をすることなく、2 回のクリックで到達できる。この連携が気を散らせることなく授業を進める鍵となる。もちろん、グラフメニューを表示することなくグラフだけを表示することも考えられるが、設定変更をしてさらにグラフを見易くする必要もあるので、現在の形式にした。

4．不等式グラフ

これまで我々は等式に関するグラフを描くプログラムを多く作成してきたが、ここでは不等式について考えてみたい。3 次元における不等式の領域は表現しにくいことから、今回のプログラムでは 2 次元についてのみ考える。不等式は基本的に陰関数の領域として処理し、不等式の論理式も考えられるようにする。また、不等式の領域として円等を考えることにより、ベン図なども描けるようにする。できるだけ汎用的に使えるツールとして考えて行きたい。

メニュー［分析－数学－グラフ－不等式グラフ］を選択すると図 4.1 のような不等式グラフの実行メニューが表示される。

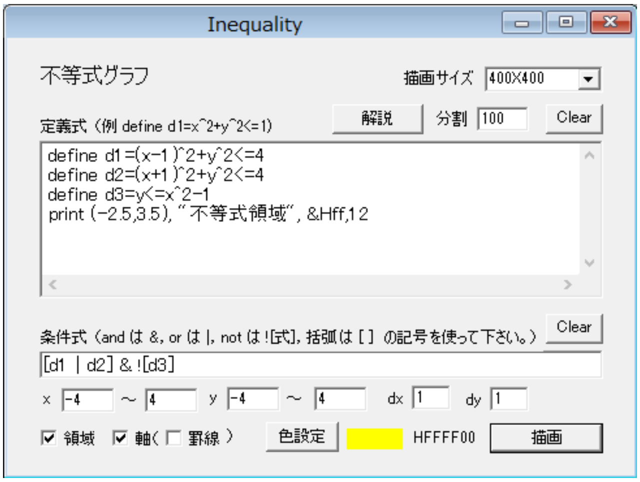

図 4.1　不等式グラフ実行メニュー

メニューは、定義式の部分と条件式の部分に分かれ、定義式の部分では 1 つずつの不等式が定義され、表示領域上に表示される文字列が設定される。条件式の部分では、複数の不等式の論理演算式が指定される。ここで指定された「真」の領域は「色設定」ボタンで選択される色で塗られる。以後、具体的に例を見ながら説明する。

図 4.1 の設定で、「描画」ボタンをクリックすると、図 4.2 に与えられるグラフが表示される。

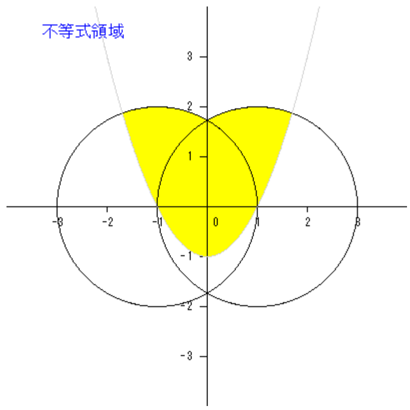

図 4.2　不等式領域グラフ

定義式の部分の以下の形は、その定義名で右辺の不等式を利用することを意味する。

　　define　定義名=不等式（含等式）

これは幾何アニメーションの定義式と同じである。

　条件式の部分では、定義式のところで定義した変数名と通常の数式を使って論理式を記述する。上の例では、d1 と d2 の和集合と d3 の補集合の積集合が「真」となる領域である。この領域が指定された色で、集合の境界と共に表示される。集合の境界は、その集合に含まれる場合は黒、含まれない場合はグレーで表示される。領域は 1 画素毎に真偽を判定し、境界は陰関数の描画法である等高線を表示するアルゴリズムを使って描画しているので、多少の粗さは残る。また、描画にある程度の時間を必要とするので、通常のグラフ描画のように、Window の枠の大きさの変化には対応していない。

　定義式の部分の書式をまとめておく。

　不等式の定義

　　define d1=(x-1)^2+y^2<=4

　　define ex1=x^2+y^2

　　define　変数名=式（等式または不等式、定義式）で指定する。

　文字列の描画

　　print (x, y), "文字列" [,　色番号,　サイズ]

　　(x, y) の位置に文字列を描画する。色番号は&Hff00 のような RGB 形式、サイズはポイント数である。

　条件式の部分の書式は以下である。

　条件式

　　[d1 | d2] & ![x^2+y^2<=5]

　　定義式で定義された変数名か、式を直接使う。

　　論理積は &、論理和は |、式の括弧は[　]を用い、否定は ![論理式] である。

　　境界を含む場合は黒、含まない場合はグレーで境界を表示する。

描画される画面サイズは 400×400 から 900×900 まで、100 刻みで選択できるが、ドットごとに真

偽を判定するので、画面サイズが大きいほどサイズの 2 乗に比例して計算時間がかかる。

実行メニューの下部の「領域」は描画範囲を表し、「dx」と「dy」は軸目盛の幅を表す。「軸」チェックボックスは座標軸の表示・非表示を決め、「罫線」チェックボックスは、座標軸が表示された場合に罫線を描くか否かを決める。図 4.3a に座標軸と罫線を表示した場合のグラフ、図 4.3b に領域と罫線を表示しない場合のグラフを示す。後者は演習問題の作成用である。

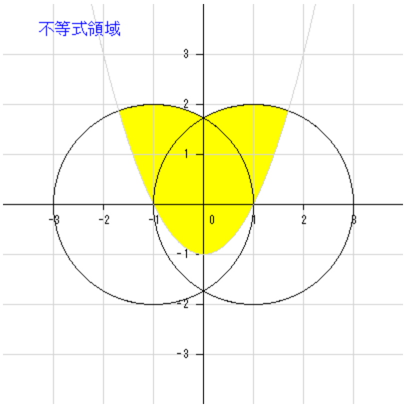

図 4.3a　座標軸と罫線表示

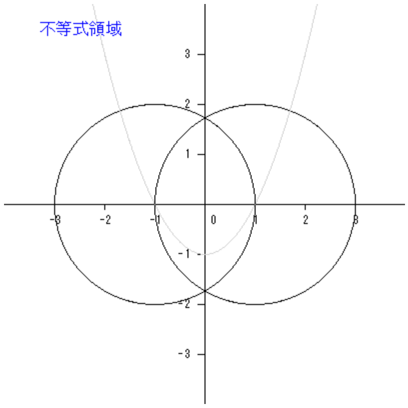

図 4.3b　領域非表示

５．おわりに

我々は社会システム分析プログラム College Analysis の中に、高等学校から大学教養課程で利用される数学についてのプログラムを加えている[2]-[4]。現在は、グラフ（4 種類）、行列計算、幾何アニメーション（2 種類）、方程式ソルバー、定積分（3 種類）、常微分方程式、不等式グラフのプログラムであるが、これらのうち、前者 3 つは著者らの所属する大学の文系学部の学生に対して、基礎的な数学の授業で使用している。しかし、今回は理系学生を対象とした数学の授業でも利用することを目指してプログラム開発を行った。そのため、我々はこれまで作ってきた、グラフと積分のプログラムを見直し、教科書の内容[5]にそって、利用し易いようにプログラムを大幅に改訂した。特に、極座標や円柱座標表示でのグラフの描画や積分、パラメータ表示関数のパラメータの変化による描画のアニメーション、一般的な面積や体積以外の、曲線の長さや図形の表面積などの積分も加えた。

積分の計算結果には誤差が含まれ、十分な精度を得るために、積分領域の分割数を上げる必要がある。しかし 2 変数以上になると計算時間がかかり、パソコンの機種によっては瞬時の解答が難しくなる。そのためデフォルトでは少し精度を落として計算させている。用途に応じて分割数を増やす必要がある。

もっと複雑な積分に関して、我々はまだモンテカルロ積分を取り扱っていない。また、複素積分についても検討していない。物理シミュレーションとの関係を考えながら必要に応じて考えて行く予定である。

今後、その他の数学分野での利用に対して、プログラムの本格的な改訂作業が必要になってくるであろう。行列計算や微分方程式にはまだ追加したい機能も多く、方程式ソルバーも効果的な利用方法を考えて行かなければならない。数学の補助教材としてどのように活用すべきか、今後の検討が重要である。

College Analysis には別の使い方もある。1 つは、数値計算を主題にした、大学の専門の授業での利用である。これには、グラフ描画、数値積分、微分方程式の解法など、実装されたプログラムとそのアルゴリズムが役に立つ、またこの他にも、統計でマルコフ連鎖モンテカルロ法、物理シミュレーションで高速多重極展開法など、比較的新しい技術も使われており、学生には参考になると思われる。

最後に、我々は、フラクタルや幾何アニメーションというプログラムを用いて、数学のビジュアル化を計画しており、美しい数学、楽しめる数学を伝えることのできる教養的な授業ができればこれ以上の喜びはない。

参考文献

[1] ホームページ上のプログラム及び解説書
http://www.heisei-u.ac.jp/ba/fukui/analysis.html

[2] 福井正康, 石丸敬二, 社会システム分析のための統合化プログラム 19 －関数グラフ・パラメータ関数グラフ－, 福山平成大学経営研究, 第 8 号, (2012) 109-127.

[3] 福井正康, 石丸敬二, 尾崎誠, 社会システム分析のための統合化プログラム 20 －システムダイナミクス・定積分・常微分方程式－, 福山平成大学経営研究, 第 9 号, (2013) 107-126.

[4] 福井正康・尾崎誠・細川光浩・奥田由紀恵, 社会システム分析のための統合化プログラム 23 －行列計算･自由記述統計･検定の効率化･層別分割表の検定－, 福山平成大学経営研究, 第 11 号, (2015) 73-92.

[5] 我々は開発に当たり、以下の教科書を参考にした。
高遠節夫, 新微分積分Ⅰ, 大日本図書 (2012).

Multi-purpose Program for Social System Analysis 26
- Expansion of Function Graph and Definite Integral, Inequality Graph-

Masayasu FUKUI, Makoto Ozaki

Department of Business Administration, Faculty of Business Administration,

Fukuyama Heisei University

Abstract: We have been constructing a unified program College Analysis on the social system analysis for the purpose of education. This time, we expand the programs of the function graph and the definite integral. Also, we create a new program that draw mathematical inequality graph. In the future, enhancing the mathematical functions, we want to make College Analysis an effective tool in science lessons.

Keywords: College Analysis, mathematics, function graph, definite integral, inequality graph

URL: http://www.heisei-u.ac.jp/ba/fukui/