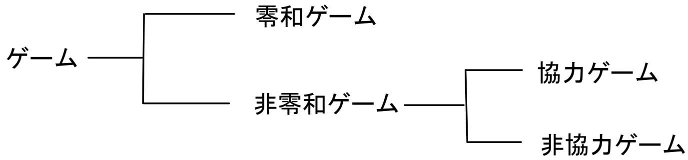
７．ゲーム理論（意思ある相手を対象とする意思決定）【第１回】

ゲーム理論の取り扱う問題

意思決定主体が自らの利益の最大化をはかって行動し、結果が相手の行動に依存する問題



7.1 純粋戦略零和２人ゲーム

純粋戦略（純戦略）ゲームとは１回の打ち手で勝負を決めるゲームのこと

ゲームの利得行列（プレーヤー１の利得で表す）

プレーヤー２

$$
\text{プレーヤー１}\quad
\begin{array}{c}
\\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\
\begin{pmatrix}
7 & -1 & -2 & 5 & -3 \\
4 & 3 & 2 & 3 & 3 \\
-1 & 1 & 0 & 1 & 5 \\
0 & 8 & 1 & 2 & -2
\end{pmatrix}
\end{array}
$$

解法

プレーヤー１は、自分の戦略それぞれに対して最悪の場合を想定する。

１：-3，２：2，３：-1，４：-2　　（$\min_j a_{ij} = \{-3, 2, -1, -2\}$）

それぞれの最悪の場合の中でも最良の手を選ぶ。

戦略２を選択　　$\max_i \min_j a_{ij} = \max_i \{-3, 2, -1, -2\} = 2$

利得２をマクスミン値と呼ぶ

プレーヤー２も、自分の戦略それぞれに対して最悪の場合を想定する。

１：7，２：8，３：2，４：5，５：5　　（$\max_i a_{ij} = \{7, 8, 2, 5, 5\}$）

それぞれの最悪の場合の中でも最良の手を選ぶ。

戦略３を選択　　$\min_j \max_i a_{ij} = \min_j \{7, 8, 2, 5, 5\} = 2$

利得２をミニマックス値と呼ぶ

$\max_i \min_j a_{ij} = \min_j \max_i a_{ij} = a_{i^*j^*}$ のとき、均衡点が存在すると言い、$a_{i^*j^*}$ の値をゲームの値と呼ぶ。同じ値の均衡点が複数ある場合もある。

均衡点が存在しない場合

利得行列の例

プレイヤー２

$$\text{プレイヤー１}\quad \begin{array}{c c} & \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} & \begin{pmatrix} 5 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 6 \end{pmatrix} \end{array}$$

プレイヤー１：戦略２を選択　　$\max_i \min_j a_{ij} = \max_i\{-2, 1, -1\} = 1$

プレイヤー２：戦略２を選択　　$\min_j \max_i a_{ij} = \min_j\{5, 3, 6\} = 3$

均衡点は存在しない

問題１

利得行列が以下のように与えられる純粋戦略零和２人ゲームの解を求めよ。

利得行列　$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

プレイヤー１：$\max_i \min_j a_{ij} = \max_i$ ｛　　，　　｝＝［　　］

戦略［　　］を選択　　利得［　　　］

プレイヤー２：$\min_j \max_i a_{ij} = \min_j$ ｛　　，　　｝＝［　　］

戦略［　　］を選択　　損失［　　　］

均衡点［あり・なし］

問題２

利得行列が以下のように与えられる純粋戦略零和２人ゲームの解を求めよ。

利得行列　$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 3 & 7 & 6 \\ 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

プレイヤー１： $\max_i \min_j a_{ij} = \max_i$ ｛　　，　　，　　｝＝［　　］

戦略［　　］を選択　　　　利得［　　　］

プレイヤー２： $\min_j \max_i a_{ij} = \min_j$ ｛　　，　　，　　｝＝［　　］

戦略［　　］を選択　　　　損失［　　　］

均衡点［あり・なし］

問題３

利得行列が以下のように与えられる純粋戦略零和２人ゲームの解を求めよ。

利得行列 $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & -3 & -2 \\ -1 & -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$

プレイヤー１： $\max_i \min_j a_{ij} = \max_i$ ｛　　，　　，　　｝＝［　　］

戦略［　　］を選択　　　　利得［　　　］

プレイヤー２： $\min_j \max_i a_{ij} = \min_j$ ｛　　，　　，　　，　　｝＝［　　］

戦略［　　］を選択　　　　損失［　　　］

均衡点［あり・なし］

7.2 混合戦略零和２人ゲーム【第２回】

例

利得行列 $\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

プレイヤー１：戦略２を選択　$\max_i \min_j a_{ij} = 2$

プレイヤー２：戦略２を選択　$\min_j \max_i a_{ij} = 3$

均衡点は存在しないが、戦略の選択に確率の概念を導入すると均衡点が得られることが知られている。即ち、２人のプレーヤーがそれぞれの確率で手を打ち続けるとそれが２人にとって最良となる。（１回限りの勝負ではない）

線形計画法によって確率的な解が求められる。

プレイヤー１：確率 p_1 で戦略１、確率 p_2 で戦略２を選択するとする。

プレイヤー２：確率 q_1 で戦略１、確率 q_2 で戦略２を選択するとする。

目的関数

$z = u$　最大化

制約式（相手の戦略によらず一定の利得 u は確保）

$5p_1 + 2p_2 - u \geq 0$　プレイヤー２が戦略１を選択した場合の期待利得

$p_1 + 3p_2 - u \geq 0$　プレイヤー２が戦略２を選択した場合の期待利得

$p_1 + p_2 = 1$

$p_1, p_2 \geq 0$

解答

プレイヤー１（プレイヤー１の利得は目的関数値）

利得	p1	p2

プレイヤー２（双対価格となっている。３番目は目的関数値）

損失	q1	q2

問題

利得行列が以下のように与えられる零和２人ゲームの解を求めよ。

利得行列 $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

解答

プレイヤー１：$\max_i \min_j a_{ij} = \max_i$ ｛　　　,　　　｝＝［　　］

プレイヤー２：$\min_j \max_i a_{ij} = \min_j$ ｛　　　,　　　｝＝［　　］

均衡点［あり・なし］　純粋戦略零和２人ゲームとして解はあるか。［ある・ない］

混合戦略の場合は以下を求めよ。

目的関数

制約式（相手の戦略によらず一定の利得uは確保）

プレイヤー１

利得	p1	p2

プレイヤー２

損失	q1	q2

7.3 混合戦略零和２人ゲームの一般的解法【省略可】

1. 双対問題とは（標準的問題の双対問題）

主問題

$$
\begin{aligned}
&z = 5x_1 + 6x_2 \quad \text{最大化}\\
&x_1 + 3x_2 \le 60\\
&3x_1 + 4x_2 \le 100\\
&2x_1 + x_2 \le 50\\
&x_1,\ x_2 \ge 0
\end{aligned}
$$

双対問題

$$
\begin{aligned}
&z' = 60y_1 + 100y_2 + 50y_3 \quad \text{最小化}\\
&y_1 + 3y_2 + 2y_3 \ge 5\\
&3y_1 + 4y_2 + y_3 \ge 6\\
&y_1,\ y_2,\ y_3 \ge 0
\end{aligned}
$$

簡単に言うと、横に並んだ係数を縦に見直す問題を双対問題という。

<u>双対問題の目的関数値は一致する（z = z’）ことが知られている。</u>

２．混合戦略零和２人ゲームの双対問題

例　定式化１

以下の利得行列で表される混合戦略零和２人ゲームのプレイヤー１の線形計画問題の双対問題をソフトウェアを使って求め、それがプレイヤー２の問題になっていることを確かめる。

利得行列　$\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

プレイヤー１について

目的関数

$z = u$　最大化

制約式（相手の戦略によらず一定の利得 u は確保）

$5p_1 + 2p_2 - u \ge 0$　プレイヤー２が戦略１を選択した場合の期待利得

$p_1 + 3p_2 - u \ge 0$　プレイヤー２が戦略２を選択した場合の期待利得

$p_1 + p_2 = 1$

$p_1,\ p_2 \ge 0$

上の問題の双対問題をソフトウェアから求める。

目的関数

制約式

$y_1 \to q_1$，$y_2 \to q_2$，$y_3 \to v$ と置き換え、制約式の最初の２つの符号を変えるとプレイヤー２の線形計画問題として見やすくなる。

目的関数

制約式

プレイヤー１

利得	p1	p2

プレイヤー２

損失	q1	q2

なお、この線形計画問題は標準的な問題としても定式化できる。（演習参照）

問題１

利得行列が以下のように与えられる零和２人ゲームの解を求めよ。

利得行列　$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

解答

１）純粋戦略問題として考える。

プレイヤー１：$\max_i \min_j a_{ij} = \max_i$ ｛　　，　　｝＝［　　］

プレイヤー２：$\min_j \max_i a_{ij} = \min_j$ ｛　　，　　｝＝［　　］

均衡点［あり・なし］

純粋戦略零和２人ゲームとして解はあるか。［ある・ない］

混合戦略の場合は以下を求めよ。

２）線形計画問題（プレイヤー１）

目的関数

制約式

３）線形計画法の解

プレイヤー１

利得	p1	p2

プレイヤー２（双対価格・利得と損失は目的関数値に同じ）

損失	q1	q2

注）純粋戦略の問題を混合戦略の問題として解くと、少数解が求まることがある。

問題２【第３回】

利得行列が以下のように与えられる零和２人ゲームの解を求めよ。

$$\text{利得行列}\quad \begin{pmatrix} 5 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

解答

１）純粋戦略問題として考える。

プレイヤー１： $\max_i \min_j a_{ij} = \max_i$ ｛　　　,　　　,　　　｝＝［　　］

プレイヤー２： $\min_j \max_i a_{ij} = \min_j$ ｛　　　,　　　,　　　｝＝［　　］

均衡点［あり・なし］

純粋戦略零和２人ゲームとして解はあるか。［ある・ない］

混合戦略の場合は以下を求めよ。

２）線形計画問題（プレイヤー１）

目的関数

制約式

３）線形計画法の解

プレイヤー１

利得	p1	p2	p3

プレイヤー２（双対価格・利得と損失は目的関数値に同じ）

損失	q1	q2	q3

問題３

以下の混合戦略零和２人ゲームをプレイヤー２の線形計画問題として解け。プレイヤー２の各戦略の選択の確率は、q1, q2, q3 とする。

利得行列 $\begin{pmatrix} 5 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 6 \end{pmatrix}$

目的関数

制約式

線形計画法の解

プレイヤー２

z	q1	q2	q3

プレイヤー１

z’	p1	p2	p3

問題４

以下の<u>純粋戦略</u>零和２人ゲームを線形計画問題として解くと解はどのように求まるか。

利得行列 $\begin{pmatrix} 7 & -1 & -2 & 5 & -3 \\ 4 & 3 & 2 & 3 & 3 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 8 & 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$

１）純粋戦略問題として考える。

プレイヤー１：$\max_i \min_j a_{ij} = \max_i$ ｛　　　，　　　，　　　，　　　｝＝［　　］

プレイヤー２：$\min_j \max_i a_{ij} = \min_j$ ｛　　　，　　　，　　　，　　　，　　　｝＝［　　］

均衡点［あり・なし］

純粋戦略零和２人ゲームとして解はあるか。［ある・ない］

２）強制的にプレイヤー１の線形計画問題として考えてみる。

プレイヤー１

利得	p1	p2	p3	p4

プレイヤー２

損失	q1	q2	q3	q4	q5

３）この例の場合は、純粋戦略問題の解と［一致する・一致しない］

注）純粋戦略の問題を混合戦略の問題として解くと、混合戦略の少数解が求まることがあるが、目的関数の値は同じであり、これも１つの解である。

自由課題　定式化２

混合戦略零和２人ゲームの線形計画問題は、$p'_i = p_i/u, q'_i = q_i/v$　とするとさらに分かりやすく以下のようになる。

プレイヤー１

目的関数　　$z = p'_1 + p'_2 + \cdots + p'_m \ (=1/u)$　　最小化

制約式

$$a_{11}p'_1 + a_{21}p'_2 + \cdots + a_{m1}p'_m \geq 1$$
$$\cdots$$
$$a_{1n}p'_1 + a_{2n}p'_2 + \cdots + a_{mn}p'_m \geq 1$$
$$p'_1, p'_2, \cdots, p'_m \geq 0$$

プレイヤー２

目的関数　　$z' = q'_1 + q'_2 + \cdots + q'_n \ (=1/v)$　　最大化

制約式

$$a_{11}q'_1 + a_{12}q'_2 + \cdots + a_{1n}q'_n \leq 1$$
$$\cdots$$
$$a_{m1}q'_1 + a_{m2}q'_2 + \cdots + a_{mn}q'_n \leq 1$$
$$q'_1, q'_2, \cdots, q'_n \geq 0$$

プレイヤー１とプレイヤー２の線形計画問題は互いに双対問題の関係になっている。

ゲームの解は以下で求められる。

解　プレイヤー１の最大値　$u = 1/z = 1/z' = v$

確率　$p_i = p'_i/z$，　$q_i = q'_i/z'$

注）特にプレイヤー２の問題は標準的な線形計画問題である。

演習

以下の利得行列の問題から定式化２の方法によって双対問題の関係を確かめよ。但し、$u > 0$ とする。

利得行列　　$\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

プレイヤー１について

目的関数

$z = 1/u$　最小化　（$z = u$　だと最大化）

制約式

$$5p_1 + 2p_2 \geq u$$
$$p_1 + 3p_2 \geq u$$
$$p_1 + p_2 = 1$$
$$p_1, p_2 \geq 0$$

目的関数に $p_1 + p_2 = 1$ の関係を使って、

$z = p_1/u + p_2/u$　最小化

$p'_1 = p_1/u$， $p'_2 = p_2/u$ とすると、

$z =$ ［　　　　　　　］　最小化

制約式の１番目と２番目の式を u で割って、 p'_1，p'_2 を使うと

［　　　　　　　$\geq$　　］

［　　　　　　　$\geq$　　］

制約式の３番目の式はすでに目的関数に入っているから省略する。

制約式の４番目の非負条件は p'_1，p'_2 を使っても変わらないので

$$p'_1, p'_2 \geq 0$$

プレイヤー２について

この双対問題の式を求める。

制約式の１行目の変数を q'_1 、２行目の変数を q'_2 とすると

目的変数の係数は右辺の値を使うので、

$z' =$ ［　　　　　　］　最大化

制約式は行の係数と列の係数を入れ替え、不等号の向きを逆にし、目的関数の係数を右辺に使うので

［　　　　　　　$\leq$　　］

［　　　　　　　$\leq$　　］

非負条件は q'_1, q'_2 に対しても成り立ち

$$q'_1, q'_2 \geq 0$$

この主問題と双対問題の解を求める。

z = z’= 1/u	p1’ = p1/u	p2’ = p2/u	q1’ = q1/u	q2’ = q2/u

上の解より、利得＝損失として

利得 = u = 1/z	p1	p2	q1	q2

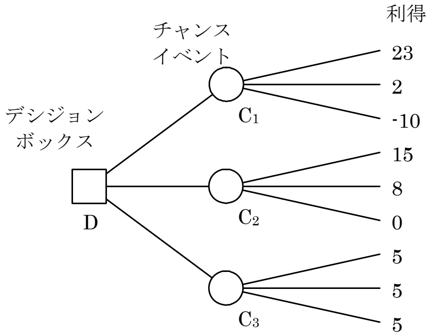
６．デシジョン・ツリー（不確実状況下の意思決定）【第４回】

6.1 利得行列とデシジョン・ツリー

利得行列

	好況(0.2)	平時(0.5)	不況(0.3)
投機株($C_{1)}$	23	2	-10
優良株(C_2)	15	8	0
債権(C_3)	5	5	5

( ) 内は主観確率



デシジョン・ツリー

１）どの選択肢を選ぶべきか。

期待値を用いる。

投機株　$E(X)=0.2\times23+0.5\times2+0.3\times(-10)=2.6$

優良株　$E(X)=0.2\times15+0.5\times8+0.3\times0=7$

債権　$E(X)=0.2\times5+0.5\times5+0.3\times5=5$

優良株が最適である。

２）指定した確率は正しいか。

このような問題で正しい確率は求めにくく、意思決定者が事前に考える確率を用いる。これを主観確率という。

6.2 主観確率の決定法（補足）

意思決定者が当該事象に全く情報を持たない場合

離散的な場合　　　同確率

連続の場合　　　一様分布

意思決定者が事前に何らかの情報を持つ場合

直接確率割付法（主に離散的な場合）

事象を２つずつに分け、出現確率を求めてゆく。

平時以上　0.7　　　不況　0.3

平時以上の中で、好況　0.3,　　平時　0.7

以上より

好況　0.7×0.3=0.21,　平時　0.7×0.7=0.49,　不況　0.3

一度に確率を割り当てるより、順を追って割り当てて行くほうが確実

6.3 多段階決定問題

以下の状況を考える。

１．A 社は新製品 G を B 社に納入したい。

２．成功した場合の報酬は 1000 万円、失敗した場合の違約金は 300 万円である。

３．A 社は 2 つの開発法 C1 と C2 を持っており、最初にどちらか選べる。

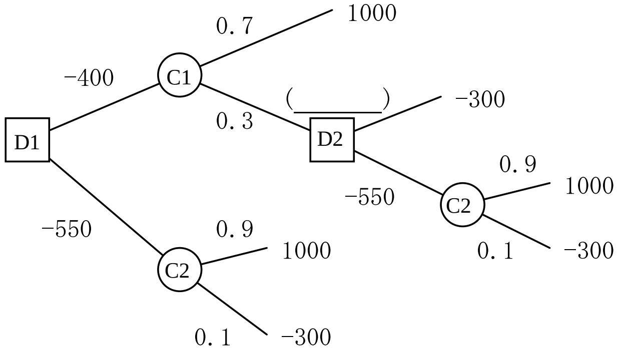
４．C1 には開発費 400 万円、C2 には開発費 550 万円がかかる。

５．C1 で成功する確率は 0.7、失敗する確率は 0.3 である。

６．C1 で失敗した場合、違約金を払うか、もう一度 C2 で挑戦が可能である。

７．C2 で成功する確率は 0.9、失敗する確率は 0.1 である。

８．C2 で失敗した場合、違約金を払って開発を打ち切るしかない。



D2 において

中止を選べば、−300

C2 を開発すると、1000×0.9+(−300)×0.1−550 ＝ 320　　　こちらを選択

後者（最良期待値）を選択　→　デシジョン・ツリーに書き込む

D1 において

C1 を選べば、1000×0.7+320×0.3−400 ＝ 396　　　こちらを選択

C2 を選べば、1000×0.9+(−300)×0.1−550 ＝ 320

最初に C1 を選び、失敗したら C2 で再挑戦するのが良い。

最適性原理

前の決定が何であろうとそれ以降の決定は最適なものを選ばなければならない。

問題

以下の状況説明を読んで問いに答えよ。

１．A 社は新製品 G を B 社に納入したい。

２．成功した場合の報酬は 2000 万円、失敗した場合の違約金は 500 万円である。

３．A 社は 2 つの開発法 C1 と C2 を持っており、最初にどちらか選べる。

４．C1 には開発費 300 万円、C2 には開発費 600 万円がかかる。

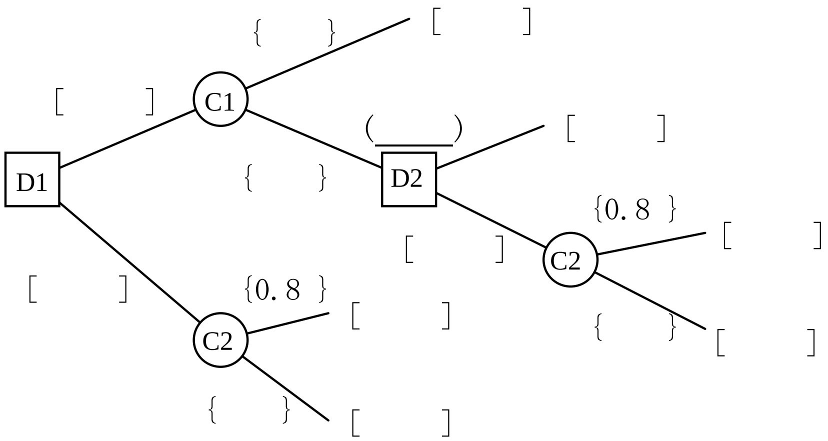
５．C1 で成功する確率は 0.6、失敗する確率は 0.4 である。

６．C1 で失敗した場合、違約金を払うか、もう一度 C2 で挑戦が可能である。

７．C2 で成功する確率は 0.8、失敗する確率は 0.2 である。

８．C2 で失敗した場合、違約金を払って開発を打ち切るしかない。

１）デシジョンツリーを完成させよ。但し、[ ] は金額、{ }は確率である。



２）一度失敗した場合（D2）の利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。

やめる　　　［　　　　　］万円

C2 で再挑戦　［　　　　　］万円

［ やめる ・ C2 で再挑戦 ］を選択する。

３）最初の段階（D1）での利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。

C1 を選択　［　　　　　］万円

C2 を選択　［　　　　　］万円

［ C1 ・ C2 ］を選択する。

問題１【第５回】

１．ある会社で新製品を開発しようとしている（D1)。

２．最初の方法には C1（研究開発費 2,000 万円）と C2（研究開発費 3,000 万円）の方法がある。

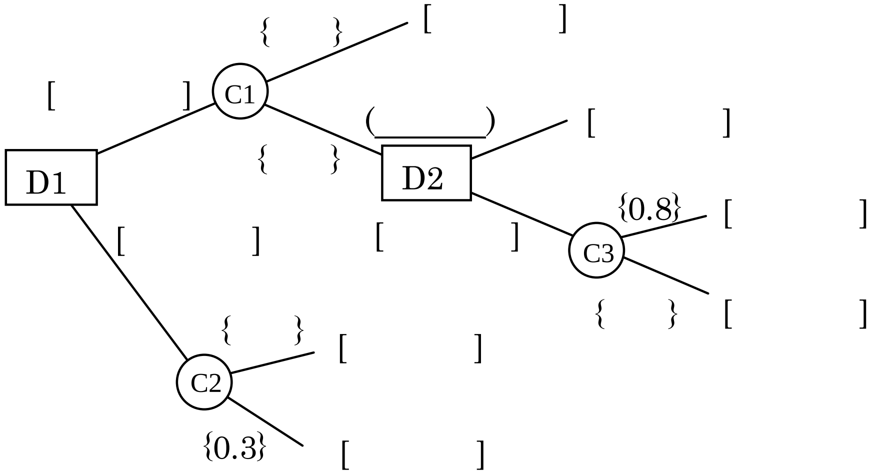
３．C1 では、うまく行く確率 0.6 で利益が 4,000 万円である。うまく行かない場合には研究を中止することも再挑戦することもできる（D2)。研究を中止する場合の利益は無くなる。

４．C2 では、うまく行く確率は 0.7 で利益はノウハウの蓄積も合わせて 6,000 万円となる。うまく行かない場合、利益は無くなり研究を中止する。

５．C1 の後に再挑戦で C3（研究開発費 2,000 万円）を選択するとうまく行く確率を 0.8 にでき、利益は 4,000 万円となる。うまく行かない場合、利益は無くなり研究を中止する。

以下の問いに答えよ。

1）空欄を埋めてデシジョンツリーを完成させよ。但し、[　] は金額、{　}は確率である。



２）一度失敗した場合（D2）の利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。

やめる　［　　　　　　　］万円

再挑戦　［　　　　　　　］万円

［やめる・再挑戦］を選択する。

３）最初の段階（D1）での利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。

C1 を選択　［　　　　　　　］万円

C2 を選択　［　　　　　　　］万円

［ C1 ・ C2 ］を選択する。

演習１

以下の状況説明を読んで問いに答えよ。

１．A 社に B 社から機械の納入の相談があった。

２．成功した場合の報酬は 2000 万円、失敗した場合の違約金は 600 万円である。

３．A 社は 2 つの開発法 C1 と C2 を持っており、最初にどちらか選べるし、受注しないこともできる（D1）。

４．受注しない場合、信用の損失で 200 万円のダメージとなる。

５．C1 には開発費 500 万円、C2 には開発費 1000 万円がかかる。

６．C1 で成功する確率は 0.4、失敗する確率は 0.6 である。

７．C1 で失敗した場合、違約金を払って中止するか、もう一度 C2 で挑戦が可能である（D2）。

８．C2 で成功する確率は 0.7、失敗する確率は 0.3 である。

９．C2 で失敗した場合、違約金を払って開発を打ち切るしかない。

１）デシジョンツリーを完成させよ。

D1

２）C1 で一度失敗した場合の意思決定（D2）の利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。

やめる　　　　　［　　　　　　　］万円

C2 で再挑戦　　［　　　　　　　］万円

［ やめる ・ C2 で再挑戦 ］を選択する。

３）最初の段階（D1）での利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。

C1 を選択　　［　　　　　　　］万円

C2 を選択　　［　　　　　　　］万円

受注しない　　［　　　　　　　］万円

［ C1 ・ C2 ・ 受注しない ］を選択する。

問題２【第６回】

１．ある会社で新製品開発を他社に依頼するか自社開発するか選ぼうとしている（D1）。

２．他社に依頼する場合（C1）には契約金 5,000 万円がかかるが、自社開発（C2）だと 3,000 万円の予算である。

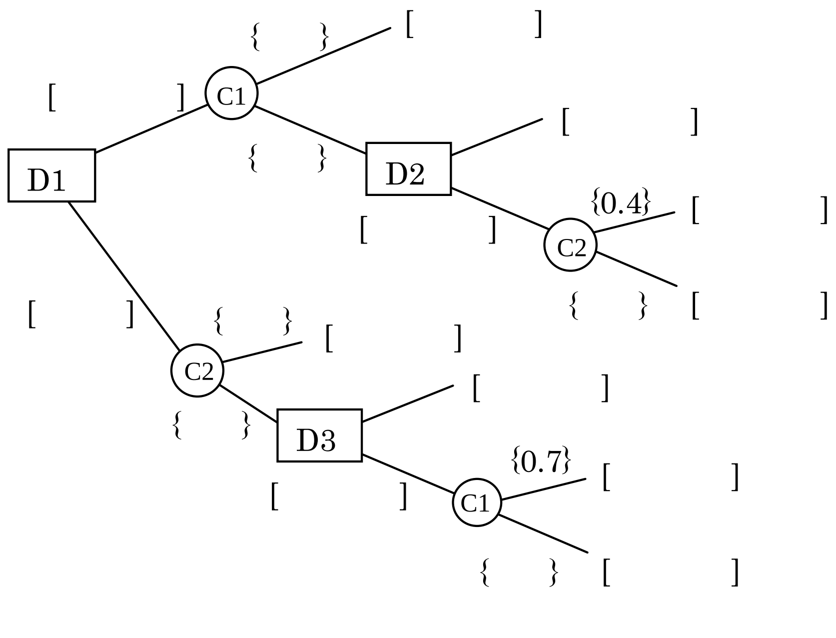
３．他社に依頼する場合（C1）には、仕様をみたす製品になる確率が 0.7 で、これにより当社の利益は 7,000 万円である。うまく行かない場合には開発を断念することも、自社開発で一度だけ再挑戦することもできる（D2）。開発を断念する場合、利益は無くなる。

４．自社開発では、うまく行く確率は 0.4 で利益はノウハウの蓄積も合わせて 8,000 万円となる。うまく行かない場合、開発を断念することも一度だけ他社に依頼して再挑戦することもできる（D3）。開発を断念する場合、利益は無くなる。

５．再挑戦の場合の条件は、２つのケース（D2 と D3）とも最初に挑戦する場合と同じである。

以下の問いに答えよ。

１）空欄を埋めてデシジョンツリーを完成させよ。但し、[ ] は金額、{ }は確率である。



２）一度失敗した場合（D2）の利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。

やめる［　　　　　　　］万円

再挑戦［　　　　　　　］万円

［やめる・再挑戦］を選択する。

３）一度失敗した場合（D3）の利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。

やめる［　　　　　　　］万円

再挑戦［　　　　　　　］万円

［やめる・再挑戦］を選択する。

４）最初の段階（D1）での利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。

他社に依頼する　［　　　　　　　］万円

自社開発する　　［　　　　　　　］万円

［ 他社に依頼する ・ 自社開発する ］を選択する。

問題３

先ほど行った問題をパソコンを用いて行う。

１．ある会社で新製品開発を他社に依頼するか自社開発するか選ぼうとしている（D1）。

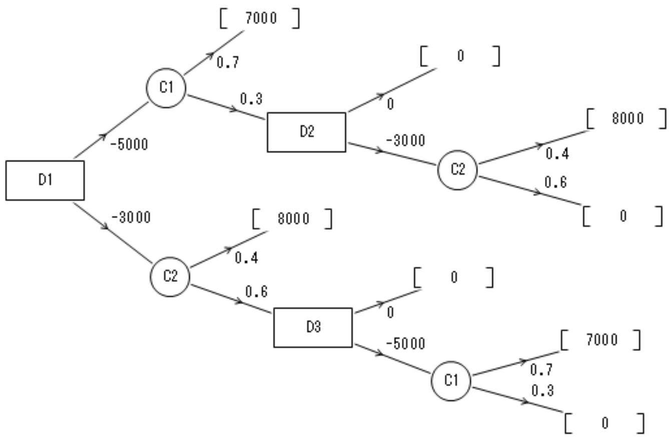
２．他社に依頼する場合（C1）には契約金 5,000 万円がかかるが、自社開発（C2）だと 3,000 万円の予算である。

３．他社に依頼する場合（C1）には、仕様をみたす製品になる確率が 0.7 で、これにより当社の利益は 7,000 万円である。うまく行かない場合には開発を断念することも、自社開発で一度だけ再挑戦することもできる（D2）。開発を断念する場合、利益は無くなる。

４．自社開発では、うまく行く確率は 0.4 で利益はノウハウの蓄積も合わせて 8,000 万円となる。うまく行かない場合、開発を断念することも一度だけ他社に依頼して再挑戦することもできる（D3）。開発を断念する場合、利益は無くなる。

５．再挑戦の場合の条件は、２つのケース（D2 と D3）とも最初に挑戦する場合と同じである。

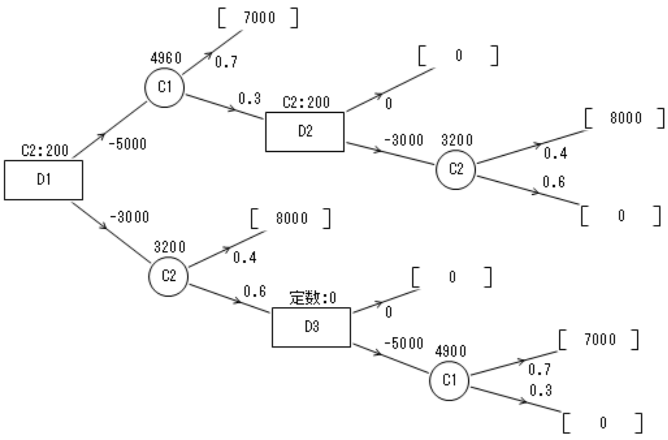
１）グラフィックエディタを用いて以下のデシジョンツリーを完成させよ。但し、[　] とデシジョンボックス□から出る線の数字は金額、チャンスイベント○から出る線の数字は確率である。



「分析実行」ボタンをクリックして、以下の問いに答えよ。この結果を前の結果と比較すること。

２）一度失敗した場合（D2）の利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。
　やめる　　［　　　　　］万円
　再挑戦 C2［　　　　　］万円
　［やめる・再挑戦 C2］を選択する。
３）一度失敗した場合（D3）の利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。
　やめる　　［　　　　　］万円
　再挑戦 C1［　　　　　］万円
　［やめる・再挑戦 C1］を選択する。
４）最初の段階（D1）での利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。
　他社に依頼する C1　［　　　　　］万円
　自社開発する C2　　［　　　　　］万円
　［ 他社に依頼する C1 ・ 自社開発する C2 ］を選択する。

５）「グラフィック表示」ボタンをクリックして以下の結果を表示せよ。



演習２【第７回】

以下の状況説明を読んで問いに答えよ。

１．A 社に B 社から機械の納入の相談があった。

２．成功した場合の報酬は 2000 万円、失敗した場合の違約金は 600 万円である。

３．A 社は 3 つの開発法 C1, C2, C3 を持っており、最初にどれか選べる（D1)。

４．C1 には開発費 500 万円、C2 には 1000 万円、C3 には 1500 万円がかかる。

５．C1 で成功する確率は 0.3、失敗する確率は 0.7 である。

６．C1 で失敗した場合、違約金を払って開発を打ち切るか、400 万円払って他社から部品を取得して、再度 C1 の改良型 C4 で挑戦する方法がある（D2)。

７．C4 の開発費はこれまでの設備を応用できて 300 万円（部品の費用は除く）で、成功する確率は 0.6、失敗する確率は 0.4 である。

８．C2 で成功する確率は 0.7、失敗する確率は 0.3 である。

９．C2 で失敗した場合は開発を中止するしかない。

10. C3 で成功する確率は 0.8、失敗する確率は 0.2 である。

11. C3 で失敗した場合は開発を中止するしかない。

１）デシジョンツリーを完成させよ。このプリント上でも、パソコンを用いてもよいが、パソコンを用いた場合は、結果をワードに貼り付けて印刷すること。

D1

２）C1 で一度失敗した場合の意思決定（D2）の利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。

やめる　　　　　［　　　　　　　］万円

C4 で再挑戦　　［　　　　　　　］万円

［ やめる ・ C4 で再挑戦 ］を選択する。

３）最初の段階（D1）での利益の期待値はどうなるか。そのときどちらを選ぶか。

C1 を選択　　　［　　　　　　　］万円

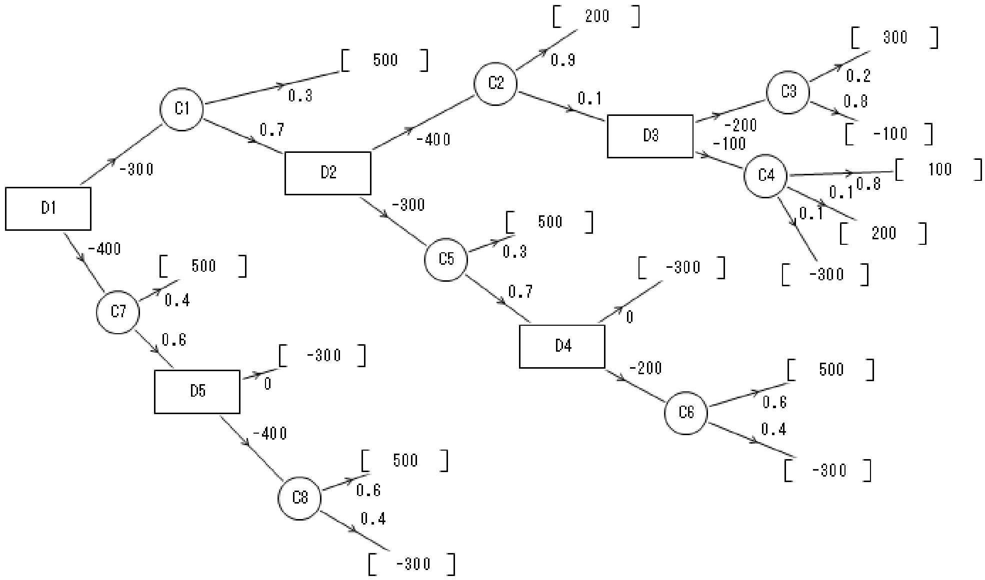
C2 を選択　　　［　　　　　　　］万円

C3 を選択　　　［　　　　　　　］万円

［ C1 ・ C2 ・ C3 ］を選択する。

問題４【第８回】

以下の意思決定過程の各意思決定 D1～D5 では、それぞれどのチャンスイベント（または定数）を選択すれば効率的か。また、そのときのそれぞれの期待値はいくらか。



結果をテキストとグラフィックで表示し、Word に貼り付けてレポートにせよ。

７．意思決定を支援する分析【第９回】

7.1 ISM（Interpretive Structure Modeling）

ISM の目的は。

①要素間の<u>隣接的な</u>関係から、間接的な影響を重視した階層構造モデルを示す。

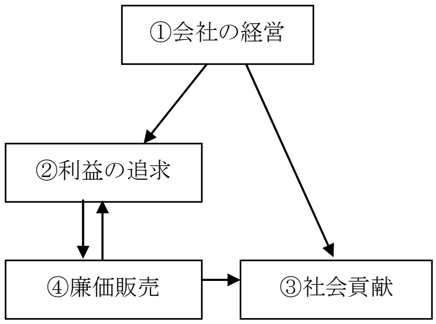
②要素間の関係から、階層性を重視した構造モデルを示す。

③要素間の（隣接的な）関係から、階層構造図や構造図を描く助けをする。

例

以下の主張から要素を選び出し、それらの関係についてその構造を ISM によってモデル化せよ。

- わが社の経営は利益の追求と社会への貢献を目的としている。
- わが社の利益の追求の方針は廉価販売である。また、廉価販売によって利益の追求の効果が上がっている。
- 廉価販売によって広く良い商品が普及し、社会への貢献となる。



構造図

直接影響を及ぼす要素間の関係は　→　隣接行列（関係行列）

直接の影響をたどって到達できる要素間の関係は　→　可到達行列

可到達行列を階層的に見やすく表示するには　→　階層化可到達行列

隣接行列を階層的に見やすく表示するには　→　階層化隣接行列（造語）

相互に影響を与え合う要素を１まとめにすると　→　縮約階層化行列（造語）

縮約階層化行列で直接の影響だけ残すと　→　縮約隣接行列（造語）

縮約階層化行列で階層的に飛びのない関係だけ残すと　→　構造化行列

手順と理論

１）隣接行列・関係行列を設定する。

直接的に影響する要因間を 1 でつないだ行列を隣接行列という。

直接間接を問わず影響すると思われる要因間を 1 でつないだ行列を関係行列という。

データ入力　　　　隣接行列

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

２）可到達行列を求める。

以下のような演算を考える。

$$(\mathbf{A}^2)_{ij} = (\mathbf{A}) = \bigvee_k (a_{ik} \wedge a_{kj})$$

$\wedge$ ：1 を真、0 を偽と見た場合の論理積

$\bigvee_k$ ：k についての論理和

$$\mathbf{A}^2 = \mathbf{A} * \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

この行列 $\mathbf{A}^2$ は最大２つの矢印を通って到達できる要因間を 1 で繋いでいる。

同様にして $\mathbf{A}^3$ を計算する。

$$\mathbf{A}^3 = \mathbf{A} * \mathbf{A} * \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \mathbf{A}^2 \equiv \mathbf{R}$$

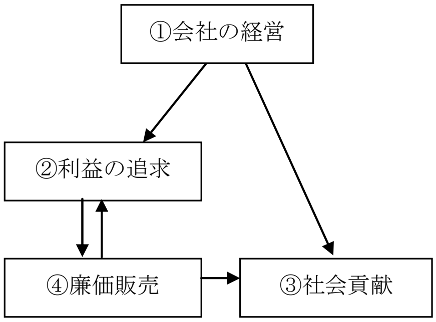
これは $\mathbf{A}^2$ と同じであり、$\mathbf{A}$ をいくら掛けてもこれ以上の関係は作れない。この $\mathbf{R}$ を可到達行列という。この行列はどの要素間に直接・間接を含めた影響があるかを示す。

３）階層化可到達行列を求める。

可到達行列の行（列）成分の並べ替えで、階層化された要素間の間接的なつながりが明瞭になる。例えば、(1,2,3,4)を(1,2,4,3)と並べ替えると以下のようになる。この行列 $\mathbf{R}^*$ を階層化可到達行列という。ここに四角で囲まれた部分が相互に影響しあう要素の集合である。

$$\mathbf{R}^* = \begin{array}{c} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} 1 \\ 2 \\ 4 \\ 3 \end{array}$$

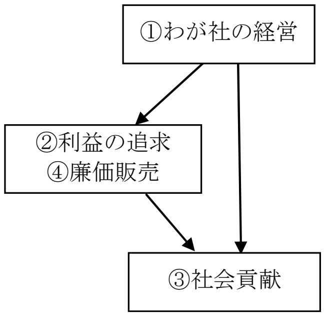
隣接・関係行列の行と列をこの階層順に並べたらどうなるのか、これが分ると「構造図」などを描く際に便利である。このような行列 $\mathbf{A}^*$ を「階層化隣接行列」と呼ぶ。



$$\mathbf{A}^* = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{array}{l} 1 \\ 2 \\ 4 \\ 3 \end{array}$$

４）その他の行列を求める。

要素 2 と要素 4 は互いに影響を及ぼしあうひとまとまりの要素なので、これをひとつにまとめておくと行列が簡単になる。この行列 $\tilde{\mathbf{R}}$ を「縮約階層化行列」と呼ぶ。



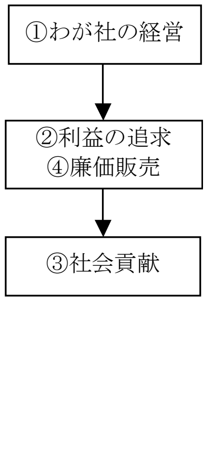
$$\tilde{\mathbf{R}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{array}{c} 1 \\ 2+4 \\ 3 \end{array}$$

縮約階層化行列において隣接行列で直接結ばれた関係だけを残した行列は「縮約構造図」を描く際には最も役に立つ。この行列 $\tilde{\mathbf{A}}$ を「縮約隣接行列」と呼ぶ。但し、この例の場合、$\tilde{\mathbf{A}} = \tilde{\mathbf{R}}$ である。

縮約階層化行列の中で要素 1 から要素 3 へは要素 2+要素 4 を経由しても到達することができるので、要素 2+要素 4 の階層は要素 1 の下、要素 3 の上と解釈する。この解釈によって、階層を飛ばした関係を消すことにすると以下の行列 $\mathbf{S}$ を得る。これを「構造化行列」と呼ぶ。これは直接間接を区別しない関係行列から要素間の「階層構造図」などを描く際には有効である。

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

この行列による構造図は右のようになる。



問題１

以下の関係を隣接行列に直して質問に答えよ。

①→②、②→④⑤、③→④、④→⑤、⑤→②⑥

１）隣接行列（左）と可到達行列（右）を求めよ。

	①	②	③	④	⑤	⑥
①						
②						
③						
④						
⑤						
⑥						

	①	②	③	④	⑤	⑥
①						
②						
③						
④						
⑤						
⑥						

２）要素名を記して階層化可到達行列（左）と「階層化隣接行列」（右）を求めよ。

	①					
①						

	①					
①						

３）要素名を記して「縮約階層化行列」（左）と「縮約隣接行列」（右）を求めよ。

	①			
①				

	①			
①				

４）「縮約隣接行列」の関係から「縮約構造図」を描け。但し、ひとかたまりになった要素は要素名を並べて丸で囲むこと。

①　　　　③

問題２【第１０回】

以下の隣接関係を隣接行列に直して以下の問いに答えよ。

①→⑦，③→⑨，④→⑧，⑦→⑩，⑤→⑥⑨，②→⑤，⑥→③④⑤，
⑨→③⑧，⑩→③⑦

１）「縮約隣接行列」を求め、「縮約構造図」を描け。但し、ひとかたまりになった要素は要素名を並べて丸で囲むこと。（手書き）

① ②

２）「階層化隣接行列」を求め、「構造図」を見易く表示せよ。但し、同じ階層のものはできるだけ横に並べて表示すること。（手書き）

① ②

３）この構造図から、パスは最大何ステップまであるか。［　　　　　　］ステップ

問題３　関係行列から構造行列を作って階層性を調べる例（かなり自明）

以下の関係を関係行列に直して解答せよ。

①→②～⑬、②→⑦⑨⑩、③→④⑤、⑥→⑧⑪⑫⑬、⑬→⑧⑫

但し、

①立替物件の選定
②物件内容
③立地条件
④交通の便
⑤買物の便
⑥快適性
⑦居住面積
⑧用途地域
⑨庭の広さ
⑩日当たり
⑪景観
⑫騒音
⑬環境

「構造行列」から「階層構造図」（階層性を表す図）を見易く描け。但し、上の番号と名前を用いること。この関係は AHP などにも応用される。（これについてはグラフィックの結果を印刷してもよい。）

番号と名前で表示

①立替物件の選定

8.2 Dematel 法 (Decision Making Trial and Evaluation Laboratory) 【第１１回】

スイス・バテル研究所（1971）が世界的複合問題の解決のために開発した手法

例

環境問題について専門家へのアンケートによってSamples¥Dematel1.txtのようなクロスサポート行列が得られた。Dematel 法を用いてこれらの要素の関係を調べたい。

	工場	車	CO2	NOx	フロン	温暖化	健康
工場	0	2	4	4	2	4	2
車	2	0	2	0	0	4	4
CO2	0	0	0	0	0	8	2
NOx	0	0	0	0	0	0	4
フロン	0	0	0	0	0	0	4
温暖化	0	0	2	0	0	0	2
健康	0	0	0	0	0	0	0

Dematel 法の目的　→　システムの構成要素間の構造を認識する。

要素間の強さの入力は。　→　クロスサポート行列

要素間の直接的な影響の強さをみるには。　→　直接影響行列

要素間の間接的な影響の強さをみるには。　→　間接影響行列

要素間の直接・間接を合わせた全影響の強さをみるには。　→　<u>全影響行列</u>

各影響行列で強い影響のところだけ取り出してみるには。

→　各しきい値と影響行列の種類を設定し、しきい値影響行列をみる。

しきい値影響行列を階層的により見やすくするには。　→　階層化影響行列

各要素の影響力の強さを比較するには。　→　被影響度・影響度

被影響度と影響度の強さを視覚化するには。　→　影響グラフ

ＩＳＭとの相違は。

１）要素間の影響の決定はＩＳＭでは人間とコンピュータで対話的に行われるが、Dematel では専門家へのアンケートにより処理する。

２）要素間の関係はＩＳＭでは 0/1 であったが、Dematel 法では 0, 2, 4, 8（あるいは 0, 1, 2, 3, 4）という段階で与えるため、間接的な影響の求め方が異なる。

手順と理論

１）専門家に与えられた問題に対する要素を抽出してもらう。（済み）

２）各要素間の直接影響の強さ a_{ij} （$=(\mathbf{A})_{ij}$）を専門家に決めてもらう。（済み）

非常に大きな影響　８　　かなりの影響　　４

ある程度の影響　　２　　無視しうる影響　０　　**A**：クロスサポート行列

３）後で行う行列の演算が収束するための尺度因子の設定

$$s \le \sup = \frac{1}{\max_{1 \le i \le n} \sum_{j=1}^{n} |a_{ij}|} \qquad （通常 s = \sup, \frac{3}{4}\sup, \frac{1}{2}\sup \ が一般的）$$

小さな s だと間接的な影響が小さくなる。

４）直接影響行列の設定

$$\mathbf{D} = s\mathbf{A}^{+} \qquad s ：尺度因子，\ (\mathbf{A}^{+})_{ij} = |a_{ij}|$$

$$d_{i\bullet} = \sum_{k=1}^{n} d_{ik}$$ 要素 i が他の要素に与える直接影響の総和

$$d_{\bullet i} = \sum_{k=1}^{n} d_{ki}$$ 要素 i が他の要素から受ける直接影響の総和

$$d_i = d_{i\bullet} + d_{\bullet i}$$ 要素 i の直接影響強度

$$W_i(d) = \frac{d_{i\bullet}}{\sum_{j=1}^{n} d_{j\bullet}} = \frac{d_{i\bullet}}{\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} d_{kl}}$$ 要素 i の直接影響度

$$V_i(d) = \frac{d_{\bullet i}}{\sum_{k=1}^{n} d_{\bullet k}} = \frac{d_{\bullet i}}{\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} d_{kl}}$$ 要素 i の被直接影響度

５）全影響行列の設定

$$\mathbf{F} = \mathbf{D} + \mathbf{D}^2 + \mathbf{D}^3 + \mathbf{D}^4 \cdots = \mathbf{D}(\mathbf{I} - \mathbf{D})^{-1}$$

上と同様に全影響度 $W_i(f)$，被全影響度 $V_i(f)$ を定義する。

６）間接影響行列の設定

$$\mathbf{H} = \mathbf{D}^2 + \mathbf{D}^3 + \mathbf{D}^4 + \cdots = \mathbf{D}^2(\mathbf{I} - \mathbf{D})^{-1}$$

上と同様に間接影響度 $W_i(h)$，被間接影響度 $V_i(h)$ を定義する。

７）各影響行列で影響力の大きい関係だけを取り出してみる。

しきい値影響行列でしきい値以下の影響は 0 にする。

８）しきい値影響行列を元に要素を階層化して構造を見やすくする。

ISM の技術の利用

９）各要素の影響度と被影響度を調べ、その強さを視覚化する。

問題１

例で与えた Samples¥Dematel1.txt のクロスサポート行列で、Dematel 法を用いて以下の問いに答えよ。

１）直接影響行列と尺度因子の値を求めよ。

	工場	車	CO2	NOx	フロン	温暖化	健康
工場							
車							
CO2							
NOx							
フロン							
温暖化							
健康							

尺度因子［　　　　　　］

２）全影響行列の値を求めよ。

	工場	車	CO2	NOx	フロン	温暖化	健康
工場							
車							
CO2							
NOx							
フロン							
温暖化							
健康							

３）上の行列でしきい値を 0.2 としたとき、工場が影響を与える要素は何か。

［　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　］

４）直接影響でしきい値を 0.2 としたとき、工場が影響を与える要素は何か。

［　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　］

全影響行列について以下の問いに答えよ。

５）各要素の影響力の強さと影響を受ける強さを求めよ。

	工場	車	CO2	NOx	フロン	温暖化	健康
影響度							
被影響度							

６）最も影響力の強い要素は何か。

［　　　　　　　　　　］

７）最も影響を受けやすい要素は何か。

［　　　　　　　　　　］

問題２

Samples¥Dematel3.txt のクロスサポート行列で、Dematel 法を用いて問いに答えよ。

１）このクロスサポート行列から構造図を描け。但し同じ階層は同じ高さに描くこと。

①

④

２） 全影響行列と尺度因子の値を求めよ。以後すべて全影響行列を使用する。

	①	②	③	④	⑤
①					
②					
③					
④					
⑤					

尺度因子［　　　　　　　　］

３） 上の行列でしきい値を 0.2 としたとき、③が影響を与える要素は何か。

［　　　　　　　　　　　　　　］

４） 上の行列でしきい値を 0.2 としたとき、③に影響を与える要素は何か。

［　　　　　　　　　　　　　　］

５） しきい値をそのままで、尺度因子の値を 1/2sup とした場合、③が影響を与える要素は何か。［　　　　　　　　　　］

６） 上のように尺度因子の値を下げることは間接影響をより［大きく・小さく］見積もることである。　　尺度因子の値は元に戻しておくこと

７） 各要素の影響力の強さと影響を受ける強さを求めよ。

	①	②	③	④	⑤
影響度					
被影響度					

８） 最も影響力の強い要素とその影響度は。

要素名［　　　　　］　影響度［　　　　　］

９） 最も影響を受けやすい要素とその被影響度は。

要素名［　　　　　］　被影響度［　　　　　］

8.3 **KSIM（Kane's Simulation）【第１２回】**

KSIM とは　種々の量の大まかな変化のイメージを補助するための定性的なシミュレーション手法

（定性的：数値にはこだわらず、性質のみを対象にすること）

各変数の値（主観的な量）　すべて 0〜1 の間に入る。

パラメータ　２つ（dt：時間的な分割単位，scale (c)：影響の強さ、直感で指定）

厳密なシミュレーションか　　全く違う（特に時間的な変化では）

理論

KSIM は経済システムや社会システムのように、はっきりと定義されないシステムの時間的な変化をシミュレートする手法である。取扱う変数は、数値的なものの場合もあれば、数値的に表されない好みや傾向といったものもあるが、基本的にはすべて主観的な量に変換して分析を行う。即ち全ての変数、例えば工業化の度合い等も、0 より大きく 1 より小さい数値で表す。

システムの i 番目の変数について時刻 t から $t+dt$ までの変化を以下で定義する。

$$x_i(t+dt) = x_i(t)^{p_i(t)}$$

ここに $p_i(t)$ は影響力を与える因子で、以下で定義される。

$$p_i(t) = \frac{1+\dfrac{cdt}{2}\displaystyle\sum_{j=1}^{n}\left(\left|a_{ji}\right|-a_{ji}\right)x_j(t)}{1+\dfrac{cdt}{2}\displaystyle\sum_{j=1}^{n}\left(\left|a_{ji}\right|+a_{ji}\right)x_j(t)}$$

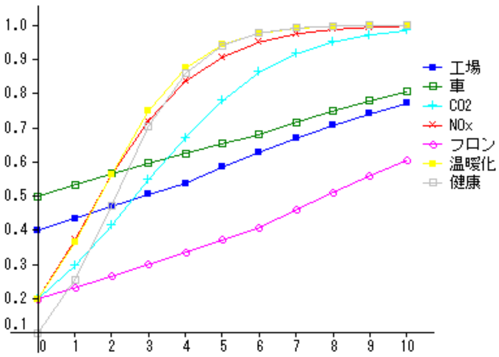
行列 $\mathbf{A}=(a_{ij})$ はインパクト行列と呼ばれ、変数 x_i から x_j への影響を表す。<u>慣例的に相互作用の強さは –3 から 3 程度の大きさの整数値で表される。</u>

dt は時間の刻み値、c は省かれることが多いが、相互作用の大きさを表すパラメータである。

例

Samples¥KSIM3.txt は前節で述べた環境問題について専門家へのアンケートによって得られたクロスサポート行列と各変数の初期値である。KSIM を用いてこれらの要素の変化の様子を調べよ。但し、期間：10，dt　：0.5，scale：0.1 とすること。

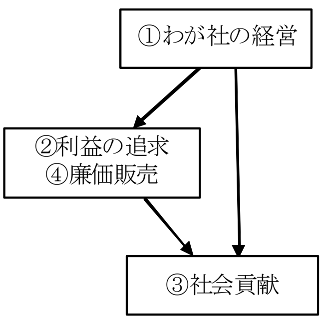
	工場	車	CO2	NOx	フロン	温暖化	健康
初期値	0.4	0.5	0.2	0.2	0.2	0.2	0.1
工場	0	2	4	4	2	4	2
車	2	0	2	0	0	4	4
CO2	0	0	0	0	0	8	2
NOx	0	0	0	0	0	0	4
フロン	0	0	0	0	0	0	4
温暖化	0	0	2	0	0	0	2
健康	0	0	0	0	0	0	0



このデータを Dematel 法や ISM で分析することも考える。

問題 1

Samples¥KSIM3.txt の 2 ページ目のデータを用いて ISM で分析し、「縮約隣接行列」を表示させ、縮約構造図を描け。



縮約構造図の例

問題２

Samples¥KSIM1.txt のデータを用いて KSIM を実行し、以下の問いに答えよ。但し、パラメータの値はデータに指定した通りとする。

１）シミュレーション終了時点で最も大きい変数は何か。　　　［　　　　　］

２）シミュレーション終了時点で最も小さい変数は何か。　　　［　　　　　］

３）時間を長くしていくと変数 x3 はどうなるか。　　［上がる・変わらない・下がる］

このデータ（２ページ目）を使って Dematel 法で分析する。

４）全影響で見た場合、最も影響力のある変数はどれか。　　　［　　　　　］

５）全影響で見た場合、最も影響される変数はどれか。　　　　［　　　　　］

このデータ（2 ページ目）を使って ISM で分析する。

６）これらのデータは階層的であるか。（階層構造図を描いてみる）

［階層的である・互いに影響し合っており階層的でない］

問題３

Samples¥KSIM2ex.txt のデータを用いて KSIM を実行し､以下の問いに答えよ｡但し､パラメータの値はデータに指定した通りとする。

1 ページ目のデータから

１）最終的に大きくなっていく変数は何か。［　　　　　　］（ヒント：時間を長く）

２）一旦上がって、下がりだす変数は何か。［　　　　　　］

2 ページ目のデータを使って Dematel 法で分析する。

３）全影響で見た場合、最も影響力のある変数はどれか。　　　［　　　　　］

４）全影響で見た場合、最も影響される変数はどれか。　　　　［　　　　　］

上のデータを使って ISM で分析する。

５）このデータは階層的であるか。

［階層的である・互いに影響し合っており階層的でない］

上のデータから Dematel 法で<u>直接影響のしきい値影響行列（しきい値は 0.2 とする）</u>を作り、［編集－エディタ追加］機能で結果をエディタの最終ページに貼り付け、ISM で分析する。（大きな影響を考えると、ここで描く図のような関係になる）

７）しきい値影響行列の縮約構造図を描け。

９．問題解決支援手法【第１３回】

高橋誠，問題解決手法の知識，日本経済新聞社

9.1 問題解決とは

問題の定義

問題とは、期待と現状との差である。

問題の種類

問題には唯一解と多解答のものがある

唯一解の問題　代替案からの選択や効率的な計画などの問題

多解答の問題　ブログの利用法のようにいくつも方法があるような問題

問題には発生型と発見型がある

発生型　天災のように予測しにくいもの

発見型　未来を予知して見つけ出す問題

問題解決の基本手順

個人発想ステップ

①熟考　②あたため　③ひらめき

集団での問題解決ステップ

①問題設定　問題とは何かをはっきりと規定する。

②問題把握　関連した事実を洗い出し、徹底的に分析して核心をとらえる。

③目標設定　解決の目標を決める。

④問題解決　解決策と手順を決める。構想計画→具体計画→手順計画

⑤総合評価　実行前に検討評価する

問題解決の心構え

問題把握は細心に、問題解決は大胆に

まずは発散思考、後で収束思考

発散時は発散のみ、収束時は収束のみ

9.2 問題解決の技法

発散技法

自由連想法	ブレイン・ストーミング、ブレインライティング、CBS 法
強制連想法	属性列挙法、チェックリスト法、入出（いりで）法、形態分析法
類比法	等価変換法、ゴードン法、シネクティクス、NM 法

収束技法

空間型

演繹法　図書分類等、各種分類法

帰納法　KJ 法、親和図法、７×７法、クロス法

系列型

因果法　特性要因図、因果分析法

時系列法　ストーリー法、PERT、カードパート法

統合技法

ワークデザイン法、ZK 法、ブリッジ法、ハイブリッジ法

態度技法

瞑想型法　催眠、自立訓練法、ヒペックス、禅、工学禅、ヨーガ、瞑想法、超越瞑想法、SMC、IC 法

交流型法　カウンセリング、TA、ST、エンカウンターグループ

演劇型法　心理劇、社会劇、ロールプレイング、クリエイティブ･ドラマチクス

9.3 手法の概要

<u>ブレイン・ストーミング</u>（アレックス・P・オズボーン）

具体的なテーマに対して改善案をできるだけ自由に多く集める手法

ルール：批判厳禁、自由奔放、質より量、結合改善（他人の意見に便乗可）

CBS 法

カードを用いたブレイン・ストーミング改良法、発言量の少ない人も活かす方法

チェックリスト法

発想のチェックリスト（オズボーンの９項目が有名）にもとづき、テーマを考えてゆく手法。

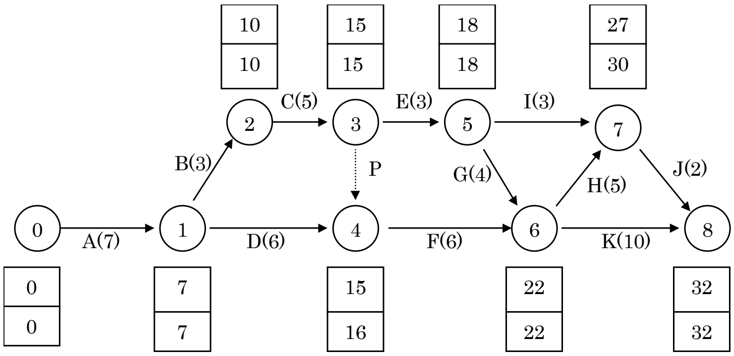
１）他への転用は、２）他の応用は、３）変更したら、４）拡大したら、５）縮小したら、６）代用したら、７）再配列なら、８）逆転したら、９）結合したら

NM 法（中山正和）

設定された課題にキーワードを設け、それにそって似たものを並べ、機能を検討して新しい発想のものを創り出す手法

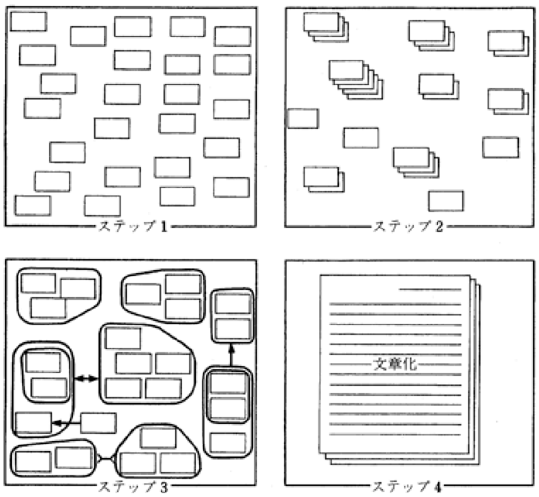
<u>PERT</u>

プロジェクトなどのスケジュール管理用に考えられた技法



KJ 法（川喜田二郎）

設定されたテーマで思いつくことをカードに書き、それを机上で並べて、似たもの同士のつながりを見てゆく過程で新たな発想を得ようとする手法



参考：http://www.crew.sfc.keio.ac.jp/lecture/kj/kj.html より

これら以外にもいくつもの技法があり、将来どこかで体験するかも知れません。

問題

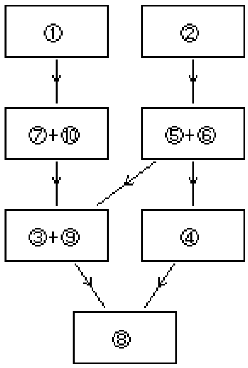
ブレイン・ストーミングを用いて学生のＳＰＩの点数を上げる方法を集め、ＫＪ法によって意見を集約せよ。

演習問題

演習１

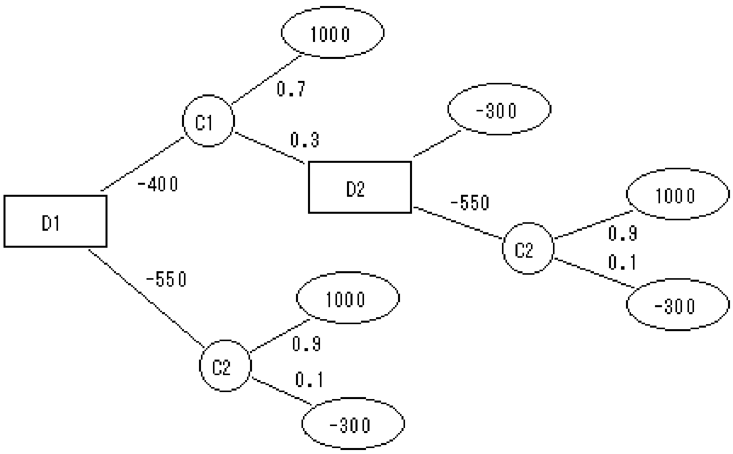
ＩＳＭを用いて以下の隣接関係を隣接行列に直して「縮約隣接行列」を求め、以下の「縮約構造図」を描け。

①→⑦，③→⑨，④→⑧，⑦→⑩，⑤→⑥⑨，②→⑤，⑥→③④⑤，⑨→③⑧



演習２

以下のツリー構造のグラフをグラフィックエディタを用いて描け。



図はワードに貼り付け印刷して持ってくること。

補遺Ａ　線形計画法（ゲーム理論への準備）【補遺１回目】

A.1 線形計画法とは

例

原料の供給量の範囲内で、利益が最大となる製品の生産量は？

原料＼製品	1	2	原料の供給量（kg）
A	1	3	６０
B	3	4	１００
C	2	1	５０
製品１単位当りの利益（万円）	5	6	

問題の定式化

目的関数 (objective function)

$$z = 5x_1 + 6x_2$$ 　利益の最大化

制約条件 (constraints)

$$x_1 + 3x_2 \le 60$$
$$3x_1 + 4x_2 \le 100$$
$$2x_1 + x_2 \le 50$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

このように線形の目的変数に線形の制約条件が付く問題を線形計画問題といい、それを解く方法も含めて線形計画法という。線形計画問題を解く有名な方法はシンプレックス法である。

パソコンでの解法［分析 - 数学・ＯＲ - 線形計画法］　「テキストエディタ」

```
z=5*x1+6*x2 max
x1+3*x2<=60
3*x1+4*x2<=100
2*x1+x2<=50
x1,x2>=0
```

⇒　「テキスト入力」　⇒　「結果出力」

最適解

x1	x2	z

問題１

以下の線形計画問題の最適解を求めよ。

目的関数　$z = x_1 + 2x_2 + x_3$　最大化

制約条件 $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 600 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 300 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$

最適解

x1	x2	x3	Z

問題２

製品１と２の製造のためには３つの原料Ａ，Ｂ，Ｃが必要である。各製品 1 単位製造するために必要な各原料の量（kg)、各原料の供給量の上限（kg）及び、各製品１単位生産するごとの利益（万円）は以下の表の通りである。原料の供給量の範囲内で、利益が最大となる各製品の生産量（単位）はいくらか。解答は少数で表せ。

	製品１	製品２	原料供給量上限
原料Ａ	1.5	3.2	60
原料Ｂ	3.4	4.3	100
原料Ｃ	2.1	1.4	50
利益（万円）	5.2	6.3	

最適解

製品１	製品２	利益

A.2 一般の線形計画問題【補遺２回目】

先週の問題（標準的は線形計画問題）

目的関数

$$z = 5x_1 + 6x_2 \qquad \text{最大化}$$

制約条件

$$x_1 + 3x_2 \le 60$$
$$3x_1 + 4x_2 \le 100$$
$$2x_1 + x_2 \le 50$$
$$x_1 \ge 0,\ \ x_2 \ge 0$$

標準的な線形計画問題とは？

１）最大化問題である

２）右辺が非負

３）変数が非負

４）不等号の向きが「≦」

これ以外の場合にはどうするか。

２段階シンプレックス法というものが用意されている。

例１　等号条件の場合

目的関数

$$z = 3x_1 + 2x_2 + x_3 \qquad \text{最大化}$$

制約条件

$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 60$$
$$x_1 + 4x_2 + x_3 = 40$$
$$x_1, x_2, x_3 \ge 0$$

最適解

x1	x2	x3	z

例２　変数に非負条件が付かない場合

目的関数

$$z = x_1 + 2x_2 \qquad \text{最大化}$$

制約条件

$$-2x_1 + x_2 \ge -2$$
$$x_1 + x_2 = 4$$
$$x_1 \ge 0$$

x_2 に非負条件なし

x2 = x2_1 – x2_2

のように分解して答えを求める。

最適解

x1	x2	z

問題１　以下の線形計画問題の最適解を求めよ。

目的関数

$$z = 2x_1 + 3x_2 + x_3 \qquad \text{最大化}$$

制約条件

$$3x_1 + 2x_2 + 5x_3 \le 20$$

$$4x_1 - 2x_2 + x_3 = 5$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \ge 2$$

$$x_1, x_2, x_3 = 0$$

最適解

x1	x2	x3	z

問題２　以下の線形計画問題の最適解を求めよ。

目的関数

$$z = 2x_1 + 3x_2 \quad \text{最小化}$$

制約条件

$$-x_1 + x_2 = 60$$

$$3x_1 + 2x_2 \ge 40$$

$$x_2 \ge 0$$

最適解

x1	x2	z

演習１

１）以下の線形計画問題の最適解を求めよ。

目的関数　$z = 3x_1 + 2x_2$　最大化

制約条件 $\begin{cases} 2x_1 + x_2 \le 50 \\ 2x_1 - 4x_2 \ge 20 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$

最適解

x1	x2	z

２）制約条件が以下のように変わると解はどうなるか。表示されるコメントを書き、その理由を考えよ。

制約条件 $\begin{cases} 2x_1 + x_2 \ge 50 \\ 2x_1 - 4x_2 \ge 20 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$

コメント［　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　］

３）制約条件が以下のように変わると解はどうなるか。表示されるコメントを書き、その理由を考えよ。

制約条件 $\begin{cases} 2x_1 + x_2 \le 5 \\ 2x_1 - 4x_2 \ge 20 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$

コメント［　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　］

演習２

以下の２つの問題は互いに双対問題の関係にあると言うが、質問に答えて、空欄を埋めよ。但し、主問題を表に入力すると、双対問題は「双対問題作成」ボタンで別のページに作ることができる。

主問題

$z = 5x_1 + 6x_2$　　最大化

$$x_1 + 3x_2 \leq 60$$
$$3x_1 + 4x_2 \leq 100$$
$$2x_1 + x_2 \leq 50$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

双対問題

$$z' = 60y_1 + 100y_2 + 50y_3 \quad \text{最小化}$$
$$y_1 + 3y_2 + 2y_3 \geq 5$$
$$3y_1 + 4y_2 + y_3 \geq 6$$
$$y_1, y_2, y_3 \geq 0$$

１）主問題と双対問題の解を求めよ。

主問題の解

x1	x2	z

双対問題の解

y1	y2	y3	z'

２）主問題が最大化問題なら、双対問題は［　　　　　　　　］問題である。

３）主問題の最大値と双対問題の最小値は値が［　　　　　　　　］。

４）双対問題の解は、主問題の答の中で［　　　　　　　　　］として表示されている。

５）主問題の制約式の不等号が ≦ なら、双対問題では［　　　］である。

６）主問題の横に並んだ制約式の係数は、双対問題では［　　　　］に並んでいる。

７）主問題の目的関数の係数は、双対問題の制約式の［　　　］辺に並んでいる。

８）主問題の等号制約式に対応する双対問題の変数に非負条件は付かない。

９）主問題で非負条件の付かない変数に対応する双対問題の制約式は等号制約

以上述べたことがらは主問題と双対問題の関係として一般的に言えることがらである。