

今回は練習問題をたくさんやってみましょう。

### 問題2

プレイヤー1の利得行列が以下のように与えられる零和2人ゲームの純粋戦略解を求めよ。

$$\begin{array}{c} \text{プレイヤー2} \\ \text{プレイヤー1} \end{array} \quad \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

純粋戦略均衡解 [あり・なし] 戰略 [ ] ゲームの値 [ ]

### 問題3

プレイヤー1の利得行列が以下のように与えられる零和2人ゲームの混合戦略解を求めよ。

$$\begin{array}{c} \text{プレイヤー2} \\ \text{プレイヤー1} \end{array} \quad \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

線形計画問題（プレイヤー1）

目的関数

制約式

### 3) 線形計画法の解

プレイヤー1

利得	p1	p2

プレイヤー2（双対価格・利得と損失は目的関数值に同じ）

損失	q1	q2

### 問題4

プレイヤー1の利得行列が以下のように与えられる零和2人ゲームの解を求めよ。

$$\begin{array}{c} \text{プレイヤー2} \\ \text{プレイヤー1} \end{array} \quad \begin{pmatrix} 5 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

純粋戦略

純粋戦略均衡解 [あり・なし] 戰略 [ , ] ゲームの値 [ ]

混合戦略の場合は以下を求めよ。

2) 線形計画問題 (プレイヤー1)

目的関数

制約式

3) 線形計画法の解

プレイヤー1

利得	p1	p2	p3

プレイヤー2 (双対価格・利得と損失は目的関数值に同じ)

損失	q1	q2	q3

### 問題5 (チャレンジ問題) 【Skip OK】

プレイヤー1の利得行列が以下のように与えられる。混合戦略零和2人ゲームの解をプレイヤー2の確率を q1, q2 として、線形計画問題を立てて求めよ。

プレイヤー2

$$\text{プレイヤー1} \quad \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

線形計画問題 (プレイヤー2)

目的関数

制約式

## 線形計画法の解

プレイヤー2

損失	q1	q2

プレイヤー1 (双対価格・利得と損失は目的関数値に同じ)

利得	p1	p2

注) この線形計画問題は、問題2の線形計画問題の双対問題になっている。

## 問題2解答

プレイヤー1の利得行列が以下のように与えられる零和2人ゲームの純粹戦略解を求めよ。

プレイヤー2

$$\text{プレイヤー1} \quad \begin{pmatrix} 2^2 & 4 \\ 1^3 & 1^5 \end{pmatrix}$$

純粹戦略均衡解 [あり・なし] 戰略 [2, 1] ゲームの値 [ 3 ]

## 問題3解答

プレイヤー1の利得行列が以下のように与えられる零和2人ゲームの混合戦略解を求めよ。

プレイヤー2

$$\text{プレイヤー1} \quad \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

線形計画問題(プレイヤー1)

目的関数

$$z = u$$

制約式

$$2p_1 + 3p_2 - u \geq 0$$

$$4p_1 + p_2 - u \geq 0$$

$$p_1 + p_2 = 1$$

$$p_1, p_2 \geq 0$$

## 3) 線形計画法の解

プレイヤー1

利得	p1	p2
2.5	0.5	0.5

プレイヤー2 (双対価格・利得と損失は目的関数値に同じ)

損失	q1	q2
2.5	0.75	0.25

注) 純粹戦略の問題を混合戦略の問題として解くと、少数解が求まることがある。

## 問題4解答

プレイヤー1の利得行列が以下のように与えられる零和2人ゲームの解を求めよ。

$$\text{プレイヤー1} \quad \begin{pmatrix} 5 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

1) 純粹戦略問題として考える。

$$\text{プレイヤー1} \quad \begin{pmatrix} {}^15 & 2 & -2^2 \\ 2 & {}^12 & 3 \\ -1^2 & {}^13 & {}^16 \end{pmatrix}$$

純粹戦略均衡解 [あり・なし] 戰略 [ , ] ゲームの値 [ ]

混合戦略の場合は以下を求める。

2) 線形計画問題 (プレイヤー1)

目的関数

$$z = u$$

制約式

$$5p_1 + 2p_2 - p_3 - u \geq 0$$

$$2p_1 + p_2 + 3p_3 - u \geq 0$$

$$-2p_1 + 3p_2 + 6p_3 - u \geq 0$$

$$p_1 + p_2 + p_3 = 1$$

$$p_1, p_2, p_3 \geq 0$$

3) 線形計画法の解

プレイヤー1

利得	p1	p2	p3
2.1071	0.3929	0.2500	0.3571

プレイヤー2 (双対価格・利得と損失は目的関数値に同じ)

損失	q1	q2	q3
2.1071	0.4643	0.2143	0.3214

問題5 解答 (チャレンジ問題)

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

線形計画問題 (プレイヤー2)

目的関数

$$z = u \text{ 最小化}$$

制約式

$$2q_1 + 4q_2 - u \leq 0$$

$$3q_1 + q_2 - u \leq 0$$

$$q_1 + q_2 = 1$$

$$q_1, q_2 \geq 0$$

線形計画法の解

プレイヤー2

損失	q1	q2
2.5	0.75	0.25

プレイヤー1 (双対価格・利得と損失は目的関数値に同じ)

利得	p1	p2
2.5	0.5	0.5

ちょっと演習（次回の予告）

問題2, 問題3, 問題4について、ナッシュ均衡ツールを使って解いてみよう。動画を見て下さい。

[【動画】](#)