

三角関数の応用（幾何アニメーション）

今回は少し肩の力を抜いて、三角関数の性質を視覚的に感じてもらえるように、三角関数を使った簡単な動画を作って行きましょう。C.Analysis のメニュー [分析—数学—幾何アニメーション—2次元幾何アニメーション] を選択すると、以下のような実行画面が表示されます。

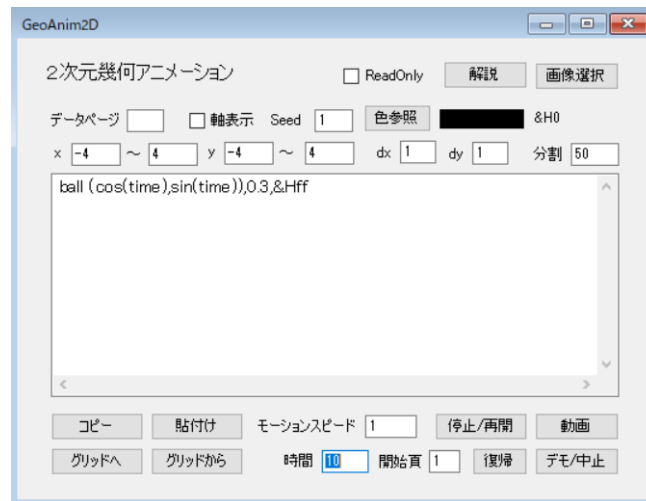


図 1 2次元幾何アニメーション実行画面

これは、簡単な数式によるプログラムで、図形を動かせるプログラムです。ここでは2次元のものをしますが、3次元のものや物理シミュレーションを含んだものもあります。

実行は簡単で、中央のテキストボックス内にプログラムを書いて、「動画」ボタンをクリックすると、動画画面が現れるというものです。まず、何も設定せずに、「動画」ボタンをクリックしてみましょう。下の動画に動きのリンクが貼ってあります。

[【動画 a】](#)

では、では少しずつ意味を説明して行きましょう。

例 1 三角関数とバネ

```
define y=sin(0)
connect (0, 3)-(0, y), red, 1
ball (0, y), 0.3, blue
```



1行目、define は定義するの意味です。これは、y と出てきたら $\sin(0)$ に置き換えるということです。y は2行目と3行目に出て来るのでそこを $\sin(0)$ に置き換えます。但し、 $\sin(0)=0$ です。2行目、connect はつなぐの意味です。(0, 3)の位置から(0, y)の位置をつなぎます。つなぐのは、次の red, 1、赤色の線という意味です。最後の1を変えることで他のものでつながります。3行目、ball は文字通りボールを描けです。その位置は (0, y)

です。次の 0.3 はボールの半径です。blue はもちろん青色です。これで右側の図ができます。まずは、テキストボックスに“間違えないように”入力して、以後は動画を見て下さい。

問題

- 1) 2 行目の最後の 1 を 5 に変えて、ひもをバネにせよ。
- 2) 1 行目の $\sin(0)$ を $\sin(\text{time})$ に変えて、バネを動かせ。
- 3) バネの速さを 2 倍にせよ。

[【動画 b】](#)

例 2 三角関数と円運動

```
define x=cos(time)
define y=sin(time)
ball (x, y), 0.3, blue
```



今度は三角関数と円運動との関係です。1 行目、 x の定義です。今回は始めから time が入っています。 x は $\text{time}=0$ では 1 にいます。2 行目、 y の定義です。 y は $\text{time}=0$ では 0 にいます。以下の図と見比べてみて下さい。意味が分かります。

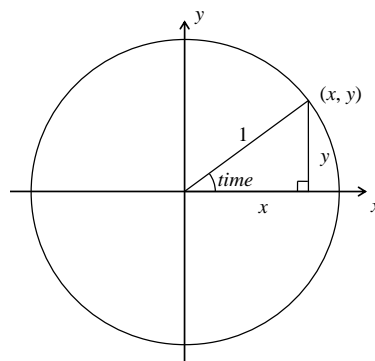


図 1 円と三角関数

3 行目、ボールの描画です。位置は (x, y) ですから、 $\text{time}=0$ では、 $(1, 0)$ です。半径は 0.3、色は青色です。入力して、以後は動画を見て下さい。

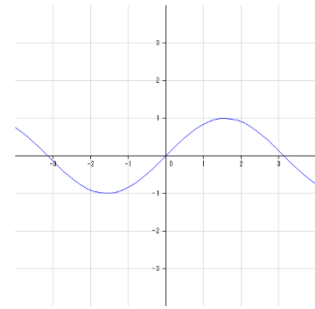
問題

- 1) 円運動の半径を 2 倍にせよ。
- 2) 円運動の速さを 2 倍にせよ。

[【動画 c】](#)

例 3 三角関数の移動

```
axis
func y=sin(x-time), blue
```



今度は三角関数のグラフを描いてみましょう。1 行目、axis は座標を描くコマンドです。2 行目、func は関数 (function) を描け、という意味です。

その形が、 $y = \sin(x - \text{time})$ です。これは関数の移動のところで見たように、通常の三角関数を右に時間と共にずらせるようになっています。描画の色は青色です。「y=」の部分はあってもなくても同じです。入力して、以後は動画を見て下さい。

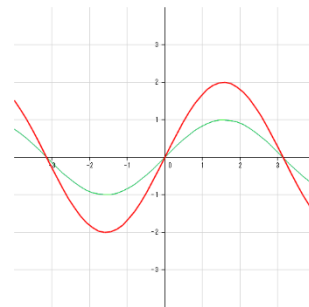
問題

1) 波を左向きに動かせ。

[【動画 d】](#)

例 4 三角関数の重ね合わせ

```
axis
define y1=sin(x-time)
define y2=sin(x)
func y1, blue
func y2, green
func y1+y2, red, 2
```



高校の数学では三角関数の重ね合わせというのを勉強します。その中で、高さの違う波を重ね合わせたものもまた三角関数になると学びます。また、高校の物理ではギターの弦の振動は、左右からやってきた同じ波が重なってできる定常波というものであると学びます。それを実際にやってみましょう。

2 行目、y1 は右へ動く正弦波の定義です。3 行目、y2 はその場に止まった正弦波の定義です。4 行目と 5 行目で、それらを青色と緑色で描いています。最後に、6 行目で、2 つの関数を足したものの $y1 + y2$ を表示するようにしています。色は赤色で、2 番というのは太い線になります。入力して、以後は動画を見て下さい。

問題

- 1) 3 行目の $y2 = \sin(x)$ を $y2 = 2 * \sin(x)$ にして、足した波の波形を調べよ。
- 2) 3 行目の $y2 = \sin(x)$ を $y2 = \sin(x + \text{time})$ にして、足した波の波形を調べよ。

結果をまとめると、以下になります。

位相（関数グラフでは位置）のずれた正弦波（sin 関数）を足しても正弦波
同じ波が左右からぶつかると定常波（ギターの弦など）

[【動画 e】](#)

演習 波長の違う波の重ね合わせ

例 4 で、3 行目の $y_2 = \sin(x)$ を $y_2 = \sin(2x)$ にしても（波長をかえても）、足した波の形は正弦波（sin 関数）になるか。どちらか○を付けよ。

注）例 4 の形に戻してから変更すること。

[正弦波になる・正弦波にならない]

最後に 2 次元幾何アニメーションのデモ動画を見てみて下さい。

[【動画 f】](#)