

1. 線形計画法 (Linear Programming, LP) 【第1回】

1.1 LPの例

問題

原料の供給量の範囲内で、利益が最大となる製品の生産量は？

原料 \ 製品	1	2	原料の供給量 (kg)
A	1	3	60
B	3	4	100
C	2	1	50
製品1 単位当りの利益 (万円)	5	6	

問題の定式化

目的関数 (objective function)

$$z = 5x_1 + 6x_2 \quad \text{最大化}$$

制約条件 (constraints)

$$x_1 + 3x_2 \leq 60$$

$$3x_1 + 4x_2 \leq 100$$

$$2x_1 + x_2 \leq 50$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

入力書式

$$z = 5 * x_1 + 6 * x_2 \quad \text{max}$$

$$x_1 + 3 * x_2 \leq 60$$

$$3 * x_1 + 4 * x_2 \leq 100$$

$$2 * x_1 + x_2 \leq 50$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

最適解

x1	x2	Z

問題 1

以下の線形計画問題の初期シンプレックス表と最適解を求めよ。

目的関数 $z = x_1 + 2x_2 + x_3$ 最大化

$$\text{制約条件} \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 600 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 300 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

最適解

x1	x2	x3	Z

問題 2

製品 1 と 2 の製造のためには 3 つの原料 A, B, C が必要である。各製品 1 単位製造するために必要な各原料の量 (kg)、各原料の供給量の上限 (kg) 及び、各製品 1 単位生産するごとの利益 (万円) は以下の表の通りである。原料の供給量の範囲内で、利益が最大となる各製品の生産量 (単位) はいくらか。解答は少数で表せ。

	製品 1	製品 2	原料供給量上限
原料 A	1.5	3.2	60
原料 B	3.4	4.3	100
原料 C	2.1	1.4	50
利益 (万円)	5.2	6.3	

目的関数

制約条件

最適解

製品 1	製品 2	利益

1.2 等号制約の線形計画問題【第2回】

標準的な線形計画問題とは？

- 1) 最大化問題である
- 2) 制約条件の右辺が非負（0以上）
- 3) 制約条件の変数が非負（0以上）
- 4) 不等号の向きが「 \leq 」

目的関数 (objective function)

$$z = 5x_1 + 6x_2 \quad \text{最大化}$$

制約条件 (constraints)

$$x_1 + 3x_2 \leq 60$$

$$3x_1 + 4x_2 \leq 100$$

$$2x_1 + x_2 \leq 50$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

等号制約の線形計画問題

例

目的関数

$$z = 3x_1 + 2x_2 + x_3 \quad \text{最大化}$$

制約条件

$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 60$$

$$x_1 + 4x_2 + x_3 = 40$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

2段階シンプレックス法という方法で解く。

最適解

x1	x2	x3	Z

問題 1 (制約条件に等号と不等号の混じる例)

以下の線形計画問題を解け。

目的関数

$$z = 2x_1 + 3x_2 + x_3 \quad \text{最大化}$$

制約条件

$$5x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 10$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 3$$

$$x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

最適解

x1	x2	x3	Z

問題 2

以下の線形計画問題を解け。

目的関数

$$z = 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \quad \text{最大化}$$

制約条件

$$5x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 10$$

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 = 5$$

$$x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 3$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

最適解

x1	x2	x3	Z

1.3 その他の線形計画問題【第3回】

1) 最小化問題の場合

$$z = 2x_1 - x_2 + 3x_3 \quad \text{最小化} \quad \text{の場合}$$

$$z' = -z = -2x_1 + x_2 - 3x_3 \quad \text{最大化} \quad \text{として解く。}$$

2) 右辺が負の場合

$$-3x_1 + x_2 - 2x_3 = -5 \quad \text{の場合、} \quad 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 5 \quad \text{として解く。}$$

$$-3x_1 + x_2 - 2x_3 \leq -5 \quad \text{の場合、} \quad 3x_1 - x_2 + 2x_3 \geq 5 \quad \text{として4)へ。}$$

3) 変数に非負条件がない場合

$$x_1 \geq 0 \quad \text{でない場合}$$

$$x_1 = x_1^+ - x_1^-, \quad x_1^+ \geq 0, \quad x_1^- \geq 0 \quad \text{として変数を置き換えて解く。}$$

4) 不等号の向きが逆の場合

$$3x_1 - x_2 + 2x_3 \geq 5 \quad \text{の場合、}$$

$$3x_1 - x_2 + 2x_3 - x_c = 5 \quad \text{として、等号制約問題として解く。}$$

例1 以下の線形計画問題の最適解を求めよ。

目的関数

$$z = 2x_1 + 3x_2 + x_3 \quad \text{最大化}$$

制約条件

$$3x_1 + 2x_2 + 5x_3 \leq 20$$

$$4x_1 - 2x_2 + x_3 = 5$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \geq 2$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

最適解

x1	x2	x3	Z

例2 以下の線形計画問題の最適解を求めよ。

目的関数

$$z = x_1 - 2x_2 \quad \text{最大化}$$

制約条件

$$2x_1 + x_2 \geq 2$$

$$x_1 - x_2 = 4$$

$$x_1 \geq 0$$

注) 非負条件の付かない変数 x_2 については、 $x_2!$ のように、後ろに ! 記号が付く。

最適解

x1	x2	Z

問題 1 以下の線形計画問題の最適解を求めよ。

目的関数

$$z = 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 \quad \text{最大化}$$

制約条件

$$5x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 10$$

$$2x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 8$$

$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 5$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

最適解

x1	x2	x3	Z

問題 2 以下の線形計画問題の最適解を求めよ。

目的関数

$$z = 5x_1 - 2x_2 \quad \text{最大化}$$

制約条件

$$2x_1 + 3x_2 \leq 1$$

$$x_1 - x_2 = 5$$

$$x_1 \geq 0$$

最適解

x1	x2	Z

問題 1

3つの工場で生産した商品を3つの販売会社に輸送する。そのときの製品1単位当りの運送費用（括弧の付いた値，千円）、各工場の生産高（商品単位）、各会社への納入量（商品単位）は以下の表の通りである。全体の運送費用を最も安くするためには、各工場から各会社への輸送量をいくらにすればよいか。またそのときの輸送費用はいくらか。

	会社 1	会社 2	会社 3	生産高
工場 1	(4)	(4)	(5)	15
工場 2	(3)	(4)	(5)	14
工場 3	(6)	(5)	(4)	13
納入量	12	14	16	42

解答

	会社 1	会社 2	会社 3
工場 1			
工場 2			
工場 3			

輸送費用 [] 千円

問題 2

上の問題で、工場3から会社3への輸送量は8単位を超えないものとする、各工場から各会社への輸送量はどうか。またそのときの輸送費用はいくらか。

解答

	会社 1	会社 2	会社 3
工場 1			
工場 2			
工場 3			

輸送費用 [] 千円

2. DEA (Data Envelopment Analysis: 包絡分析法) 【第5回】

2.1 DEAとは

通常、事業体（企業など）の生産や経営の効率は「産出÷投入」の形で考えられる。しかし、産出や投入に何を取るべきかはあいまいであるし、複数の項目を取った場合でも、どの項目に重点を置くべきか疑問が残る。

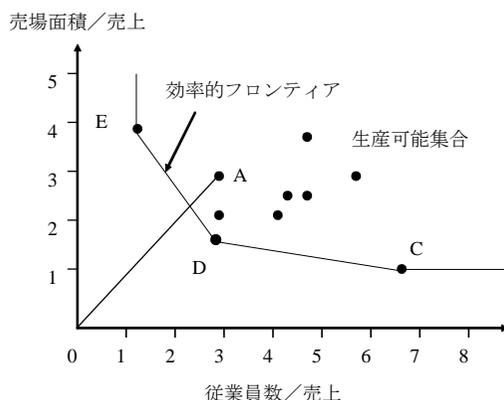
DEAは各事業体の得意な項目に重点を置いて効率を計るように考えられた手法である。

例 投入：従業員数, 売場面積 産出：売上 として店舗の効率性を調べる。(DEA1.txt)

店舗	A	B	C	D	E	F	G	H	I
従業員数	20	42	20	26	20	15	45	55	42
売場面積	300	360	50	260	800	120	600	500	350
売上	20	24	10	26	40	12	30	40	28

企業によって、従業員数で効率化を進めている場合と売り場面積で工夫を進めている場合がある。

比較の方法



解答（有意集合の数値は近さを表す値）

	効率値	優位集合
A	0.857	D(0.549),E(0.143)
B	0.632	C(0.253),D(0.826)
C	1.000	C(1.000)
D	1.000	D(1.000)
E	1.000	E(1.000)
F	0.923	C(0.185),D(0.391)
G	0.600	D(0.923),E(0.150)
H	0.774	C(0.258),D(1.439)
I	0.750	C(0.350),D(0.942)

問題 1

Samples\DEA2.txt はあるグループの店舗についてのデータである。入力を従業員数と売場面積、出力を売上と会員数として（CCR モデル）で各店舗の効率性を調べ、それらの効率値とその優位集合（名前のみ）を求めよ。

店舗	A	B	C	D	E	F	G	H
従業員数	20	42	20	26	20	15	45	55
売場面積	300	360	50	260	800	120	600	500
売上	20	24	10	26	40	12	30	40
会員数	522	734	340	433	525	350	826	913

解答

	効率値	優位集合
A		
B		
C		
D		
E		
F		
G		
H		

問題 2

Samples\DEA3.txt は東京都各区の図書館のデータである。このデータを用いて、入力を蔵書数（千冊）と職員数（人）、出力を登録者数（人）と貸出冊数（千冊）として各図書館の効率性を DEA を用いて検討し、いくつかの図書館について効率値と優位集合（名前のみ）答えよ。

	効率値	優位集合
千代田		
中央		
台東		
荒川		
港		
文京		
墨田		
渋谷		

問題 3

Samples\DEA5.txt は広島県各市の普通会計歳出、工業生産額、卸売業販売額、小売業販売額、市職員数のデータである。市の機能の効率をこれらの指標を用いて検討せよ。

- 1) 入力（投入）はどの変数にするか。
[]
- 2) 出力は（産出）はどの変数にするか。
[]
- 3) これらを用いて各市の効率性と優位集合を求めよ。

	効率値	優位集合
広島市		
呉市		
竹原市		
三原市		
尾道市		
福山市		
府中市		
三次市		
庄原市		
大竹市		
東広島市		
廿日市市		
安芸高田市		
江田島市		

2.2 種々のモデル【第6回】

各事業体の効率を知るには → D 効率値

各事業体に似た効率的な事業体は → 優位集合

優位集合のうちどちらに近い → 優位集合名のカッコ内の数字の大きい方

各事業体の入出力でどの項目が評価されたか → 仮想入出力で大きい値のもの

注) 効率1の場合、項目の評価は必ずしもそうとはいえない

モデルの特徴

- CCR モデル** 規模の収穫一定を仮定したモデル
(入出力が同比率で拡大すると効率は同じ)
- IRS モデル** 規模の収穫増加を仮定したモデル
(入出力が同比率で拡大すると効率は下がる)
- DRS モデル** 規模の収穫減少を仮定したモデル
(入出力が同比率で拡大すると効率は上がる)
- BCC モデル** 規模の小さいときは IRS、大きいときは DRS

問題 1

samples\DEA2.txt はあるグループの店舗についてのデータである。入力を従業員数と売場面積、出力を売上と会員数として CCR, IRS, DRS, BCC の各モデルで各店舗の効率性を調べ、それらの効率値を求めよ。

店舗	A	B	C	D	E	F	G	H
従業員数	20	42	20	26	20	15	45	55
売場面積	300	360	50	260	800	120	600	500
売上	20	24	10	26	40	12	30	40
会員数	522	734	340	433	525	350	826	913

解答

効率値	CCR	IRS	DRS	BCC
A				
B				
C				
D				
E				
F				
G				
H				

問題 2

Samples\DEA3.txt は東京都各区の図書館のデータである。このデータを用いて、入力を蔵書数（千冊）と職員数（人）、出力を登録者数（千人）と貸出冊数（千冊）として各図書館の効率を DEA を用いて検討し、以下の問いに答えよ。

- 1) CCR モデルを用いて港区、文京区の効率値とそれらの優位集合を求めよ。

	効率値	優位集合
港区		
文京区		

- 2) BCC モデルを用いて港区、文京区の効率値とそれらの優位集合を求めよ。

	効率値	優位集合
港区		
文京区		

- 3) 入力と出力を同じ比率で大きくすると以下のモデルで効率はどうなるか。

CCR	一定・上がる・下がる・どちらともいえない
IRS	一定・上がる・下がる・どちらともいえない
DRS	一定・上がる・下がる・どちらともいえない
BCC	一定・上がる・下がる・どちらともいえない

- 4) BCC モデルは規模が小さいとき [IRS・DRS] モデルに似て、規模が大きくなると [IRS・DRS] モデルに似てくる。

以後は CCR モデルを用いて質問に答えよ。

- 5) 文京区の入力では [蔵書数・職員数] が主に評価され、出力では [登録者数・貸出冊数] が主に評価されている。
- 6) 文京区を効率的にする案として、まず入力を [] 倍にする。その後、職員数を [] 人減らし、登録者数を [] 千人増やす。
- 7) この案を実行すると、職員数は [] 人、登録者数は [] 千冊となる。

以後は CCRO モデルを用いて質問に答えよ。

- 8) CCR モデルと比べて効率に差があるか。[ある・ない]]
- 9) 文京区を効率的にする案として、まず出力を [] 倍にする。その後、職員数を [] 人減らし、登録者数を [] 千冊増やす。

3. 待ち行列【第7回】

3.1 待ち行列とは

発端 電話交換機の混雑を表すモデル (A.K.Erlang)

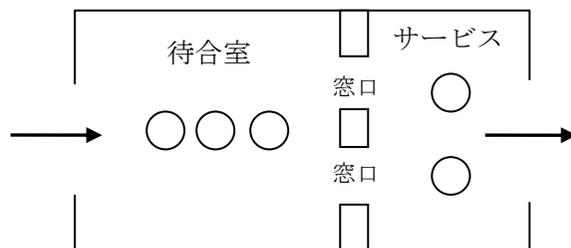


図 待ち行列のシステム

(窓口 2, 滞在数 (システム内) 5 人, 待ち数 3 人)

待ち行列のシミュレーションに必要なデータ

- 1) 客の到着の仕方は? (単位時間当たりの到着数の分布とその平均は?)
言い換えると、到着時間間隔の分布とその平均は?
- 2) サービス時間の分布とその平均は?
- 3) 窓口の数は?
- 4) 待合室の人数制限は?

待ち行列の求めたい主な結果

- 1) 客の平均待ち時間
- 2) 待ち行列の平均的長さ
- 3) 窓口の稼働率
- 4) ある一定時間以上待つ確率

3.2 ケンドール (Kendall) の記号

待ち行列を特徴付ける記号表示

$A/B/s [(r)]$

A, B : 到着とサービス時間間隔の分布

D : 確定分布 M : 指数分布 (ポアソン分布) E_k : k 次アーラン分布

H : 超指数分布 G : 一般の分布

s : サービス窓口数

r : 待合室に入れる人数 (待ち行列の長さの制限・それ以上増えると並べない)

$r = \infty$ (長さに制限がない) の場合、省略できる。

例

M/M/1	指数到着、指数サービス、窓口 1 つ（行列に制限なし）
D/M/2 (5)	確定到着、指数サービス、窓口 2 つ、行列 5 人まで

3.3 定常的な待ち行列

例

以下の待ち行列は定常的であるか。定常的ならば、平均待ち数と平均待ち時間をシミュレーション実行結果から求めよ。但し、乱数は **Seed** を 1、実行時間や分割数などはデフォルト（変更しないまま）とせよ。

1) M/M/1, 到着数 4, サービス数 5

定常的で [ある・ない], 平均待ち数 [], 平均待ち時間 []

2) M/M/1, 到着数 5, サービス数 4

定常的で [ある・ない], 平均待ち数 [], 平均待ち時間 []

3) M/M/2, 到着数 6, サービス数 4, 窓口に全体で 1 列に並ぶ場合

定常的で [ある・ない], 平均待ち数 [], 平均待ち時間 []

4) M/M/2, 到着数 6, サービス数 4, 窓口ごとに複数列で並ぶ場合

定常的で [ある・ない], 平均待ち数 [], 平均待ち時間 []

5) 複数窓口の場合、どちらが効率は良いか。

[1 列に並ぶ場合・複数列で並ぶ場合]

6) M/M/1(5), 到着数 3, サービス数 4 (待ち人数が 5 人までの場合)

平均待ち数 [], 平均待ち時間 []

7) 上の場合、行列に並ばずに帰ってしまった人は全体の何%か。

[]%

8) M/M/1, 到着数 3, サービス数 4, 最初にシステム内に 10 人並んでいる場合

定常的で [ある・ない], 平均待ち数 [], 平均待ち時間 []

9) 前問の場合、システムが定常状態になるのにおよそ何単位時間かかるか。

約 [] 単位時間

3.4 時間とともに変化する待ち行列【第8回】

例

単位時間当たりの到着数・サービス数、窓口数が以下のように時間的に変化するときの待ち行列の状態を調べる。(Samples待ち行列 1.txt)

時刻	到着数	サービス数	窓口数
0	3	4	1
50	6	4	1
55	6	4	2
100			

解答

【計算条件】

試行回数 = 100 時間 = 100 分割数 = 100

初期行列長さ = 0

到着分布 = ポアソン (指数)

サービス分布 = 指数 (ポアソン)

【計算結果】

全到着数 = 447.690

平均到着数 = 4.477

全損失数 = 0.000

損失割合 = 0.00%

待ち数平均 = 2.786

滞在数平均 = 3.915

待ち時間平均 = 0.617

滞在時間平均 = 0.869

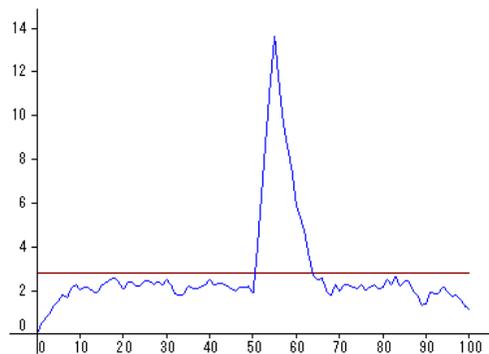
窓口空き確率 = 0.269

待ち数標準誤差 = 1.073

滞在数標準誤差 = 1.129

待ち時間標準誤差 = 0.224

滞在時間標準誤差 = 0.230



以下の問題では乱数の seed を 1 とすること。

問題 1

ショッピングセンターの ATM に、昼 12 時（時刻 0）から 12 時 20 分（時刻 20）までに 8 人、12 時 20 分から 40 分（時刻 40）までに 16 人、12 時 40 分から 13 時（時刻 60）までに 12 人ランダムに到着する。1 分当たりの処理人数が平均 0.7 人であるとき、単位時間を 1 分とし、M/M/1 を仮定して以下を求めよ。

- 1) 各時間帯で 1 分当たりの到着数は何人か

12 時～12:20	12:20～12:40	12:40～13 時

- 2) 最大の待ち人数はおよそいくらか [] 人
3) 平均の待ち人数は何人か [] 人
4) 平均の待ち時間は何分か [] 分

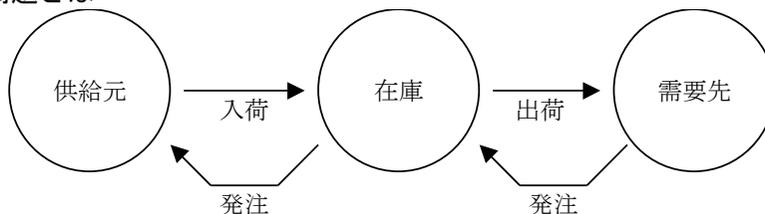
問題 2

みどりの窓口で 60 分間に 72 人の客がランダムに到着するとする。サービス時間は 1 人平均 2 分で、窓口は 3 つ開いているものとする。単位時間を 1 分とし、M/M/n の 1 列を仮定して以下の問いに答えよ。シミュレーションの時間は 100 分とする。

- 1) 1 分当たりの客の到着人数は何人か [] 人
2) 1 分当たりのサービス人数は何人か [] 人
3) 平均の待ち人数は何人か [] 人
4) 平均の待ち時間は何分か [] 分
5) 窓口の空き確率はいくらか []
6) 開始から 90 分後、1 台が故障して窓口が 2 つになった。その 10 分後にはおよそ何人の行列ができるか。 およそ [] 人

4. 在庫問題【第9回】

4.1 在庫問題とは



原料・中間原料・製品・商品 他

必要な情報

調達期間（リードタイム） L （日）：発注—入庫の間隔

出庫の量は？（確定的か確率的か？）

決定事項（重要な意思決定）

発注時期（いつの時点で発注するか？）

在庫の量 I または発注間隔 R

発注量（どれだけ発注するか？）

Q （個）

4.2 定量発注方式

必要な情報

発注量 Q

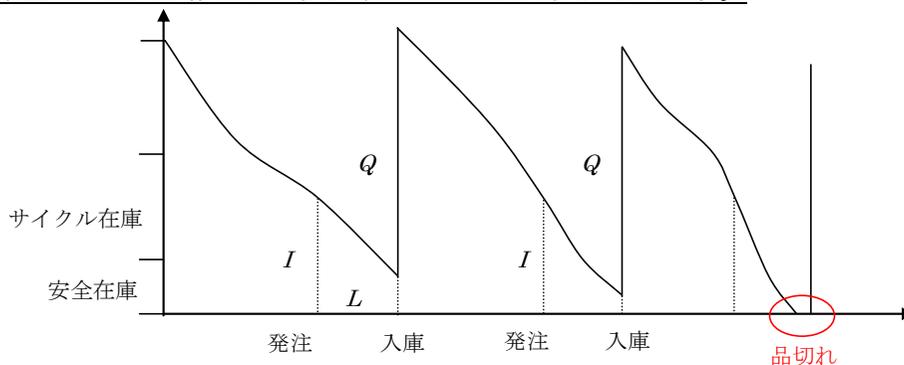
調達期間（リードタイム） L （日）

1日当たりの出庫（確率的） $N(\mu, \sigma^2)$

平均 μ （個）、分散 σ^2 （標準偏差 σ 個）の正規分布を仮定

決定事項

在庫量がどこまで減ったら発注するか？これを発注点という。



公式 定量発注方式

1日当たりの出庫 平均 μ (個)、分散 σ^2 (標準偏差 σ 個) の正規分布
発注量： Q 調達期間 (リードタイム)： L (日) 品切れの危険率： $\alpha \times 100\%$

安全係数を $\lambda = \text{normsinv}(1-\alpha)$ として、

在庫が $I = L\mu + \lambda\sigma\sqrt{L}$ になった時点 (発注点) で、 Q の量を発注する。

サイクル在庫： $Q/2$ 、安全在庫： $\lambda\sigma\sqrt{L}$ 、理論在庫： $Q/2 + \lambda\sigma\sqrt{L}$

例

1日当たりの出庫の平均20個、標準偏差5個、欠品の危険率5%以下、調達期間7日のとき、発注量200個の定量発注方式として以下の問いに答えよ。

1) 安全係数を求めよ。

$$\lambda = \text{normsinv}(1-\alpha) = [\quad]$$

2) サイクル在庫、安全在庫、理論在庫を求めよ。

$$\text{サイクル在庫} : Q/2 = [\quad] \text{ (個)}$$

$$\text{安全在庫} : \lambda\sigma\sqrt{L} = [\quad] \text{ (個)}$$

$$\text{理論在庫} : Q/2 + \lambda\sigma\sqrt{L} = [\quad] \text{ (個)}$$

3) 発注点在庫量を求めよ。

$$I = L\mu + \lambda\sigma\sqrt{L} = [\quad] \text{ (個)}$$

4.3 定期発注方式

必要な情報

発注間隔 R (日)

調達期間 (リードタイム) L (日)

1日当たりの出庫 (確率的) $N(\mu, \sigma^2)$

平均 μ (個)、分散 σ^2 (標準偏差 σ 個) の正規分布を仮定

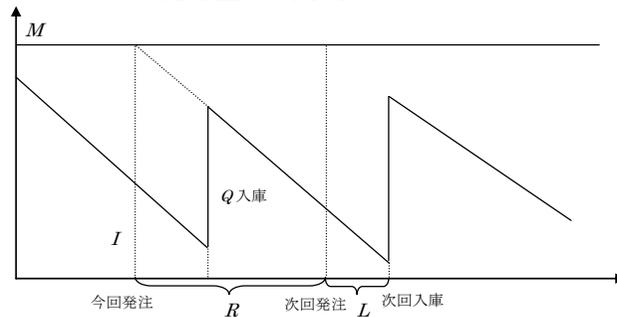
決定事項

最大在庫量 M を求める。

発注量は 最大在庫量 - 発注時在庫量 - 発注残量

注) 在庫の量は今回発注を済ませたら次回入庫まで調整できない。

$L \leq R$ の場合 ($L > R$ の場合は発注量が異なる)



発注から次回発注分の納品まで $L + R$

この間に在庫不足の起こらないように、最大在庫量 M を求める。

$$M = (L + R)\mu + \lambda\sigma\sqrt{L + R} \quad \lambda : \text{安全係数}$$

発注量 $Q = M - I$ $L > R$ の場合は発注残量を引いておく。

公式 定期発注方式

1日当たりの出庫 平均 μ (個)、分散 σ^2 (標準偏差 σ 個) の正規分布

発注間隔: R (日) 調達期間 (リードタイム): L (日) 品切れの危険率 $\alpha \times 100\%$

安全係数を $\lambda = \text{normsinv}(1 - \alpha)$ 、最大在庫量を $M = (L + R)\mu + \lambda\sigma\sqrt{L + R}$ として

発注間隔ごとに、最大在庫量 - 現在の在庫量 - 現在の発注残量 を発注する。

サイクル在庫: $R\mu/2$ 、安全在庫: $\lambda\sqrt{L + R}\sigma$ 、理論在庫: $R\mu/2 + \lambda\sqrt{L + R}\sigma$

例

1日当たりの出庫の平均 20 個、標準偏差 5 個、欠品の危険率 5%以下、調達期間 7 日のとき、発注間隔 10 日の定期発注方式として以下の問いに答えよ。

1) 安全係数を求めよ。

$$\lambda = \text{normsinv}(1 - \alpha) = [\quad]$$

2) サイクル在庫、安全在庫、理論在庫を求めよ。

$$\text{サイクル在庫} : R\mu/2 = [\quad] \text{ (個)}$$

$$\text{安全在庫} : \lambda\sigma\sqrt{L + R} = [\quad] \text{ (個)}$$

$$\text{理論在庫} : R\mu/2 + \lambda\sigma\sqrt{L + R} = [\quad] \text{ (個)}$$

3) 最大在庫量を求めよ。

$$M = (L + R)\mu + \lambda\sigma\sqrt{L + R} = [\quad] \text{ (個)}$$

4) 発注日に前の発注の残りはあるか。 [ある・ない] ヒント: $L < R$

問題

1日当たりの出庫の平均30個、標準偏差4個、欠品の危険率1%以下、調達期間3日のとき、以下の問いに答えよ。

発注量150個の定量発注方式

- 1) 安全係数を求めよ。(定量でも、定期でも同じ)

$$\lambda = \text{normsinv}(1 - \alpha) = [\quad]$$

- 2) サイクル在庫、安全在庫、理論在庫を求めよ。

$$\text{サイクル在庫} : Q/2 = [\quad] \text{ (個)}$$

$$\text{安全在庫} : \lambda\sigma\sqrt{L} = [\quad] \text{ (個)}$$

$$\text{理論在庫} : Q/2 + \lambda\sigma\sqrt{L} = [\quad] \text{ (個)}$$

- 3) 発注点在庫量を求めよ。

$$I = L\mu + \lambda\sigma\sqrt{L} = [\quad] \text{ (個)}$$

発注間隔7日の定期発注方式

- 4) サイクル在庫、安全在庫、理論在庫を求めよ。

$$\text{サイクル在庫} : R\mu/2 = [\quad] \text{ (個)}$$

$$\text{安全在庫} : \lambda\sigma\sqrt{L+R} = [\quad] \text{ (個)}$$

$$\text{理論在庫} : R\mu/2 + \lambda\sigma\sqrt{L+R} = [\quad] \text{ (個)}$$

- 5) 最大在庫量を求めよ。

$$M = (L+R)\mu + \lambda\sigma\sqrt{L+R} = [\quad] \text{ (個)}$$

- 6) 発注日に前の発注の残りはあるか。 [ある・ない] ヒント : $L < R$

在庫管理演習【第 10 回】

演習 1

1 日当たりの出庫の平均 25 個、標準偏差 5 個、欠品の危険率 3%以下、調達期間 7 日のとき、以下の問いに答えよ。

発注量 250 個の定量発注方式

- 1) 安全係数 λ を求めよ。 []
- 2) サイクル在庫、安全在庫、理論在庫を求めよ。
サイクル在庫 [] (個)
安全在庫 [] (個)
理論在庫 [] (個)
- 3) 発注点在庫量を求めよ。 [] (個)

発注間隔 12 日の定期発注方式

- 4) サイクル在庫、安全在庫、理論在庫を求めよ。
サイクル在庫 [] (個)
安全在庫 [] (個)
理論在庫 [] (個)
- 5) 最大在庫量を求めよ。 [] (個)
- 6) 発注日に前の発注の残りはあるか。 [ある・ない] ヒント : $L < R$

演習 2

出庫は 1 日当たり平均 30 個、標準偏差 6 個、欠品の危険率は 1%以下、調達期間 10 日として、以下の問いに答えよ。

発注量 400 の定量発注方式

- 1) 安全係数 λ を求めよ。 []
- 2) サイクル在庫、安全在庫、理論在庫を求めよ。
サイクル在庫 [] (個)
安全在庫 [] (個)
理論在庫 [] (個)
- 3) 発注点在庫量を求めよ。 [] (個)

発注間隔 7 日の定期発注方式

4) サイクル在庫、安全在庫、理論在庫を求めよ。

サイクル在庫 [] (個)

安全在庫 [] (個)

理論在庫 [] (個)

5) 最大在庫量を求めよ。 [] (個)

6) 発注日に前の発注の残りはあるか。 [ある・ない] ヒント：L>R

演習 3

出庫は 1 週間当たり平均 200 個、標準偏差 20 個、欠品の危険率 5%以下、調達期間 1 週間として、以下の問いに答えよ。

1) 1 日当たりの出庫の平均と標準偏差を求めよ。

ヒント：標準偏差の場合の計算は 1 週間の値 $\div \sqrt{7}$

平均 [] 標準偏差 []

発注量 500 個の定量発注方式

2) 安全係数 λ を求めよ。 []

3) サイクル在庫、安全在庫、理論在庫を求めよ。

サイクル在庫 [] (個)

安全在庫 [] (個)

理論在庫 [] (個)

4) 発注点在庫量を求めよ。 [] (個)

発注間隔 10 日間の定期発注方式

5) サイクル在庫、安全在庫、理論在庫を求めよ。

サイクル在庫 [] (個)

安全在庫 [] (個)

理論在庫 [] (個)

6) 最大在庫量を求めよ。 [] (個)

7) 発注日に前の発注の残りはあるか。 [ある・ない]

5. スケジュール問題【第 11 回】

5.1 スケジュール問題とは

例 家屋建築の作業リスト

作業	先行作業	所要日数	作業内容
A		7	設計
B	A	3	地盤工事
C	B	5	基礎工事
D	A	6	資材調達
E	C	3	屋根工事
F	C,D	6	外壁・防水工事
G	E	4	床面工事
H	F,G	5	内壁工事
I	E	3	ガス・水道工事
J	H,I	2	電気工事
K	F,G	10	仕上工事

スケジュール問題

この工事は最短何日かかるのか？

各作業はいつ始められるのか？

各作業はどのくらい遅れが許されるのか？

(最短日数でやる場合と納期が決められている場合)

各作業の所要日数が統計的に一定でない場合どうなるか？

各作業に使える人員に制限がある場合どうなるか？

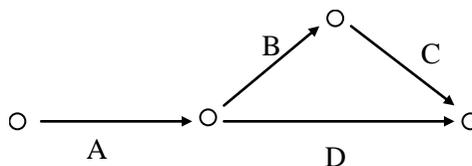
各作業にかかる費用（工期に依存）を考えた場合、費用と工期との関係は？

以上のような問題に解答する合理的手法を考えるのがスケジュール問題である。

5.2 作業とダイアグラム

1. アローダイアグラム

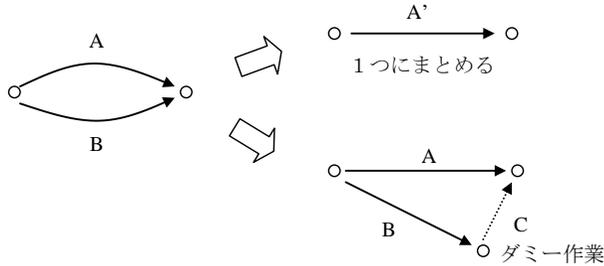
記号	先行作業
A	
B	A
C	B
D	A



アローダイアグラム（○印は結合点）

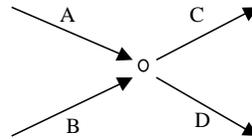
2. アローダイアグラムの作成規則

- 1) 矢印の長さや作業時間は無関係である。
- 2) 隣り合った2つの結合点間は1つの作業で結ぶ。



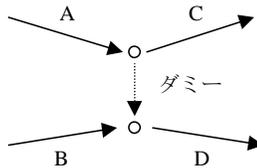
- 3) 同じ結合点から出る作業（に入る作業）は共通の先行作業（後続作業）を持つ。

作業	先行作業	後続作業
A		C,D
B		C,D
C	A,B	
D	A,B	

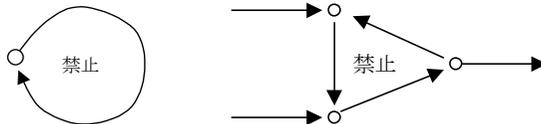


共通の先行作業を持たない作業は同一の結合点から出ない。(対偶)

作業	先行作業
A	
B	
C	A
D	A,B

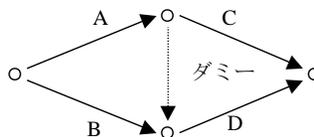


- 4) ループがあってはならない。



- 5) プロジェクトの始点と終点を1つの結合点にまとめる。

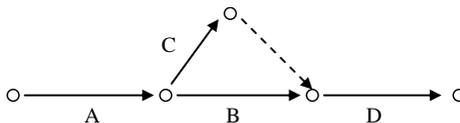
作業	先行作業
A	
B	
C	A
D	A,B



問題 以下のプロジェクトをアローダイアグラムで表せ。

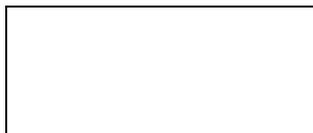
1)

作業	先行作業
A	
B	A
C	A
D	B,C



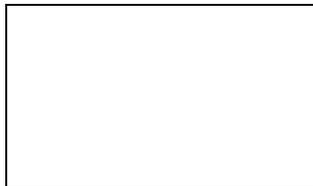
2)

作業	先行作業
A	
B	
C	A,B
D	A,B



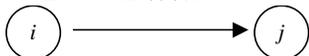
3)

作業	先行作業
A	
B	A
C	A
D	A

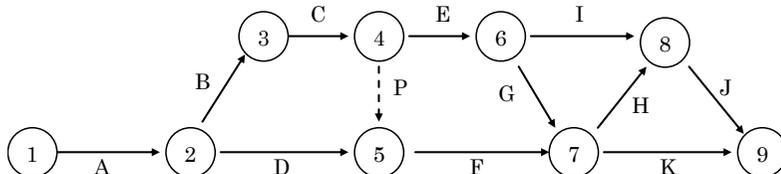


3. 結合点番号

始点を1として各作業の両端の結合点に対して、



$i < j$ となるように順番に番号を付ける。(ソフトではあまりこだわらない)



5.3 PERT の手法【第 12 回】

PERT (Program Evaluation and Review Technique)

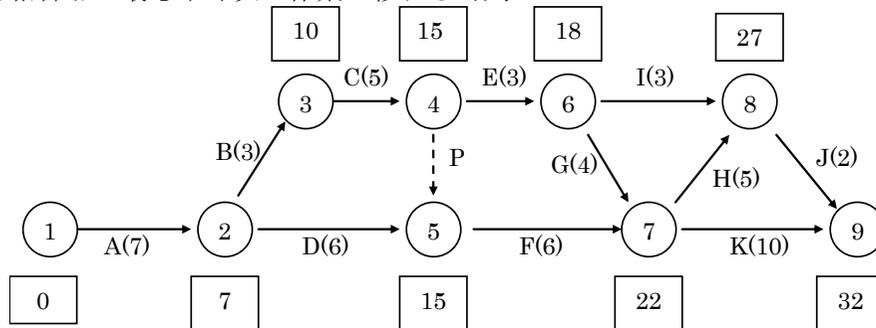
作業時間に基づくスケジュール管理手法として広く用いられている。

例

作業	先行作業	作業時間	作業内容
A		7	設計
B	A	3	地盤工事
C	B	5	基礎工事
D	A	6	資材調達
E	C	3	屋根工事
F	C,D	6	外壁・防水工事
G	E	4	床面工事
H	F,G	5	内壁工事
I	E	3	ガス・水道工事
J	H,I	2	電気工事
K	F,G	10	仕上工事

1. 最早結合点時刻 (Earliest Node Time)

各結合点で最も早く次の作業に移れる時刻



入ってくる作業について終了時刻の最大のものをとる。

最終結合点の最早結合点時刻はプロジェクト遂行時間と呼ばれる。

数式表現

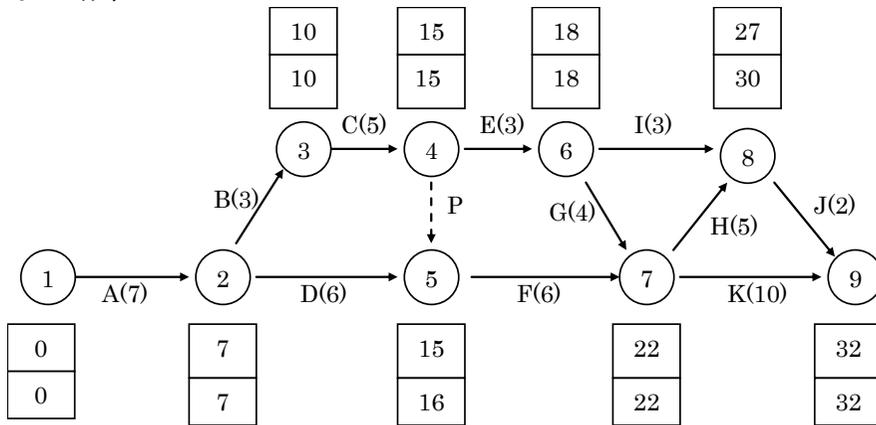
作業全体の集合を P 、結合点 k から結合点 i への作業を (k, i) 、その作業時間を D_{ki} とすると結合点 i の最早結合点時刻 t_i^E は以下で与えられる。

$$t_0^E = 0$$

$$t_i^E = \max_{(k, i) \in P} (t_k^E + D_{ki}) \quad (1 \leq i \leq n)$$

2. 最遅結合点時刻 (Latest Node Time)

プロジェクト遂行時刻で仕上げるために、各結合点で遅くとも次の作業に移らなければならない時刻



出て行く作業について開始時刻の最小のものをとる。

数式表現

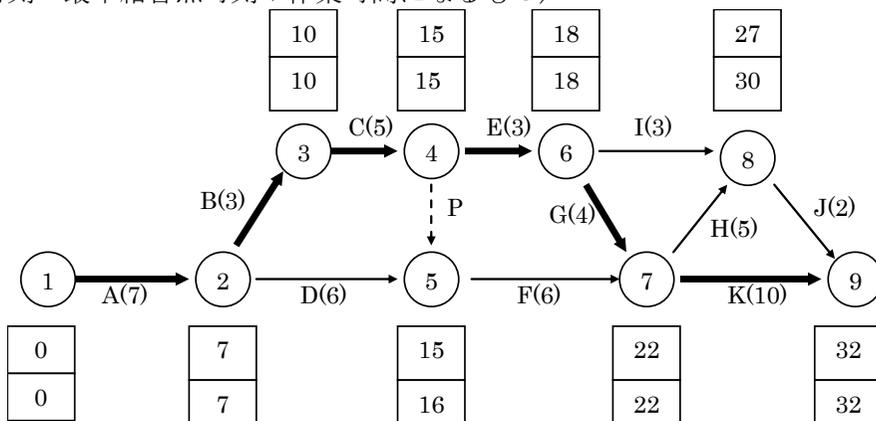
結合点 i の最早結合点時刻 t_i^E は以下で与えられる。

$$t_n^L = t_n^E$$

$$t_i^L = \min_{(i, k) \in P} (t_k^L - D_{ik}) \quad (0 \leq i \leq n-1)$$

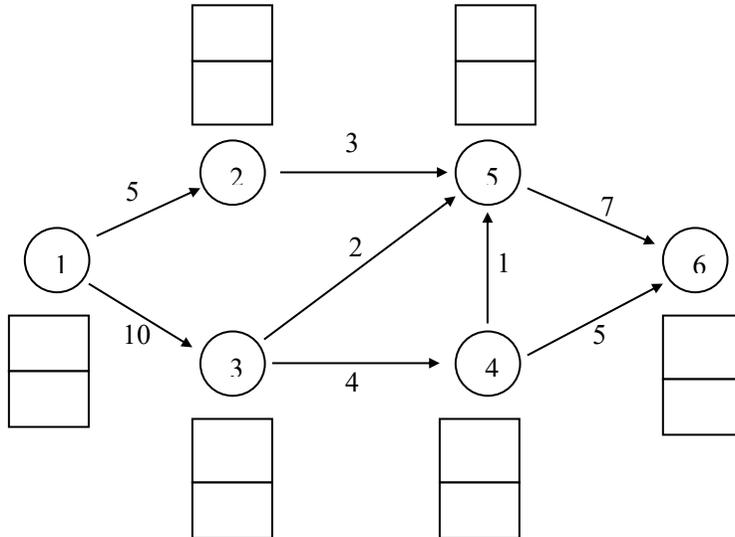
3. クリティカルパス

プロジェクト遂行時間でプロジェクトを終了するために、遅れることのできない作業をつなぐパス (最遅結合点時刻=最早結合点時刻となる結合点で、次の作業の最早結合点時刻=最早結合点時刻+作業時間になるもの)



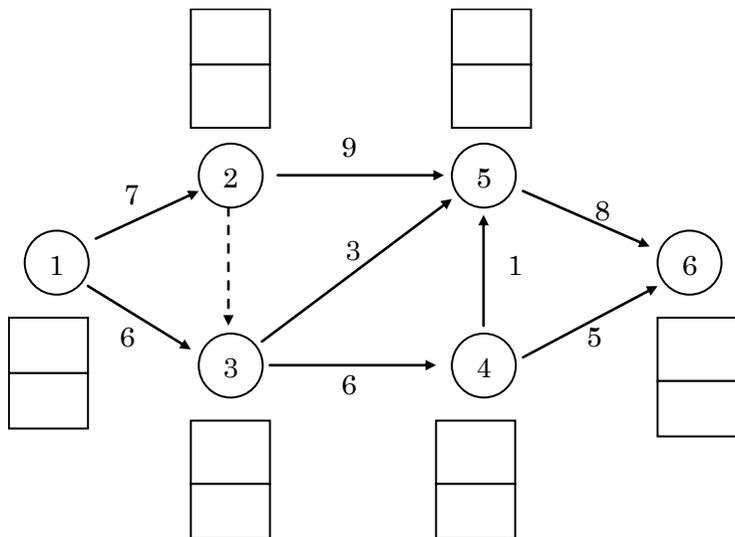
問題 1 (紙上の計算で)

以下のプロジェクトの最早結合点時刻と最遅結合点時刻を求め、クリティカルパスを示せ。



問題 2

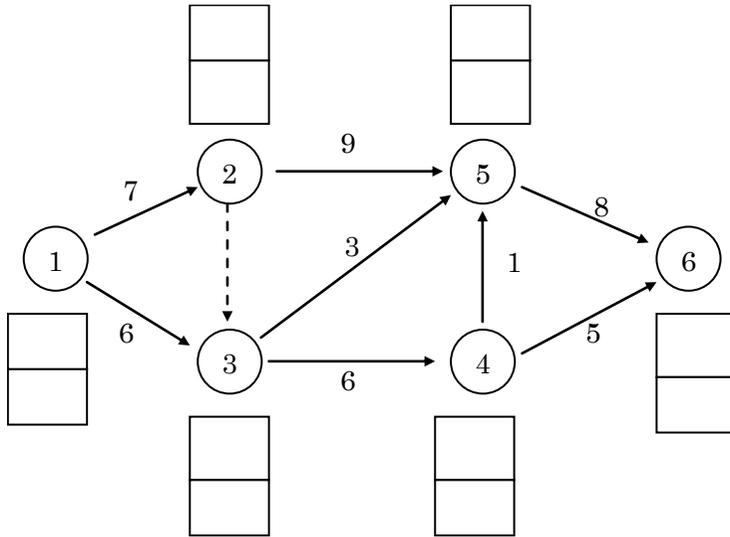
以下のプロジェクトの最早結合点時刻と最遅結合点時刻を求め、クリティカルパスを示せ。



パソコンの利用【第13回】

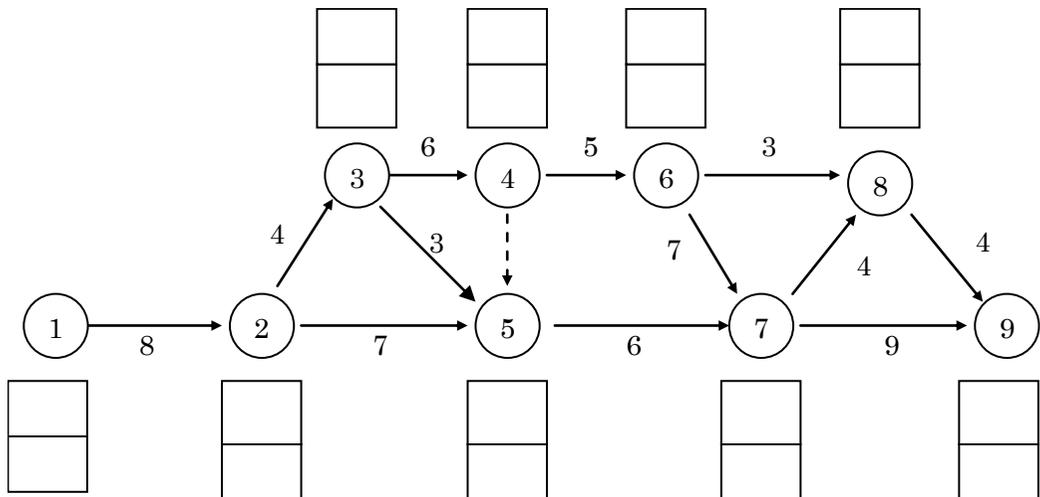
例（パソコンを使って）

以下のプロジェクトの最早結合点時刻と最遅結合点時刻を求め、クリティカルパスを示せ。

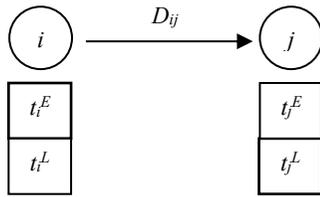


問題

以下のプロジェクトの最早結合点時刻と最遅結合点時刻を求め、クリティカルパスを示せ。



4. 日程計画【第 14 回】



各種の時刻

最早開始時刻 (earliest starting time) ES_{ij}

その作業を最も早く開始できる時刻 = t_i^E

最早終了時刻 (earliest finishing time) EF_{ij}

その作業を最も早く終了できる時刻 = $t_i^E + D_{ij}$

最遅開始時刻 (latest starting time) LS_{ij}

その作業を遅くとも開始しなければならない時刻 = $t_j^L - D_{ij}$

最遅終了時刻 (latest finishing time) LF_{ij}

その作業を遅くとも終了しなければならない時刻 = t_j^L

時間のゆとり

フリー・フロート FF_{ij}

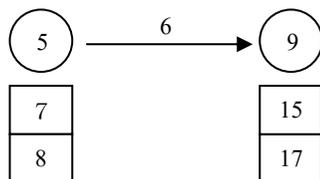
後続の作業に影響を与えないゆとり $FF_{ij} = t_j^E - t_i^E - D_{ij}$

トータル・フロート TF_{ij}

最大限許されるゆとり $TF_{ij} = t_j^L - t_i^E - D_{ij}$ ($= LF_{ij} - EF_{ij} = LS_{ij} - ES_{ij}$)

フリー・フロート \leq トータル・フロート

例



最早開始時刻 $ES_{59} = 7$

最早終了時刻 $EF_{59} = 7 + 6 = 13$

最遅開始時刻 $LS_{59} = 17 - 6 = 11$

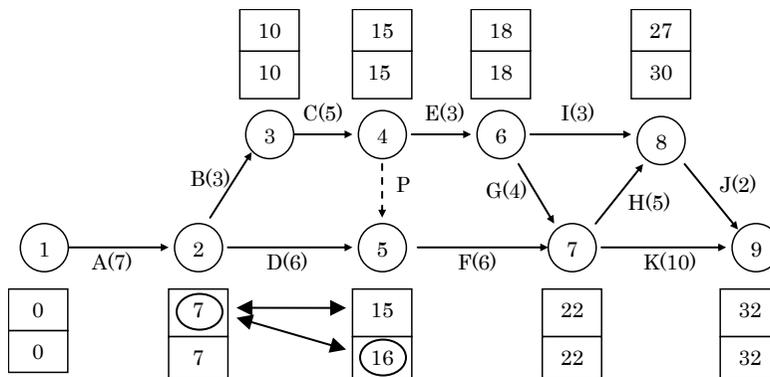
最遅終了時刻 $LF_{59} = 17$

フリー・フロート $FF_{59} = 15 - 7 - 6 = 2$

トータル・フロート $TF_{59} = 17 - 7 - 6 = 4$

例

作業	作業内容	先行作業	作業時間
A	設計		7
B	地盤工事	A	3
C	基礎工事	B	5
D	資材調達	A	6
E	屋根工事	C	3
F	外壁・防水工事	C,D	6
G	床面工事	E	4
H	内壁工事	F,G	5
I	ガス・水道工事	E	3
J	電気工事	H,I	2
K	仕上工事	F,G	10



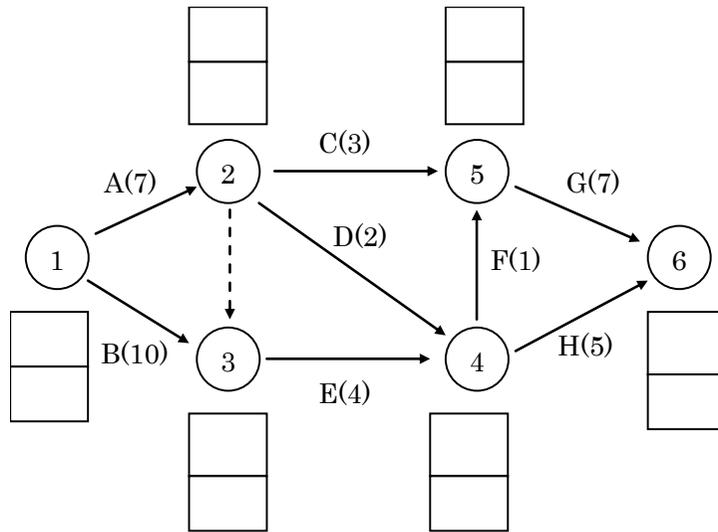
日程表

作業	最早開始時刻	最早終了時刻	最遅開始時刻	最遅終了時刻	フリーフロート	トータルフロート	クリティカル・パス
A(7)	0	7	0	7	0	0	1
B(3)	7	10	7	10	0	0	1
C(5)	10	15	10	15	0	0	1
D(6)	7	13	10	16	2	3	0
E(3)	15	18	15	18	0	0	1
F(6)	15	21	16	22	1	1	0
G(4)	18	22	18	22	0	0	1
H(5)	22	27	25	30	0	3	0
I(3)	18	21	27	30	6	9	0
J(2)	27	29	30	32	3	3	0
K(10)	22	32	22	32	0	0	1

クリティカル・パス上の作業は遅れに十分注意する。

問題

以下のプロジェクトの最早結合点時刻と最遅結合点時刻を求め、クリティカル・パスを引き、日程表を作れ。



日程表

作業	作業時間	最早開始時刻	最早終了時刻	最遅開始時刻	最遅終了時刻	フリーフロート	トータルフロート	クリティカルパス
A	7							
B	10							
C	3							
D	2							
E	4							
F	1							
G	7							
H	5							