

4章 量的データと指定値の検定 [【動画】](#)

4.1 検定手順

今まででは質的データの検定の方法を学んで来ましたが、これからは量的データについてよく利用される方法を説明します。量的データでは、データの分布が正規分布か否かで検定の方法が著しく異なります。この章ではまずデータの分布の正規性を調べる方法を述べ、次にデータの平均値または中央値がある指定された値と違うかどうかの検定方法を説明します。以下の図を見て下さい。

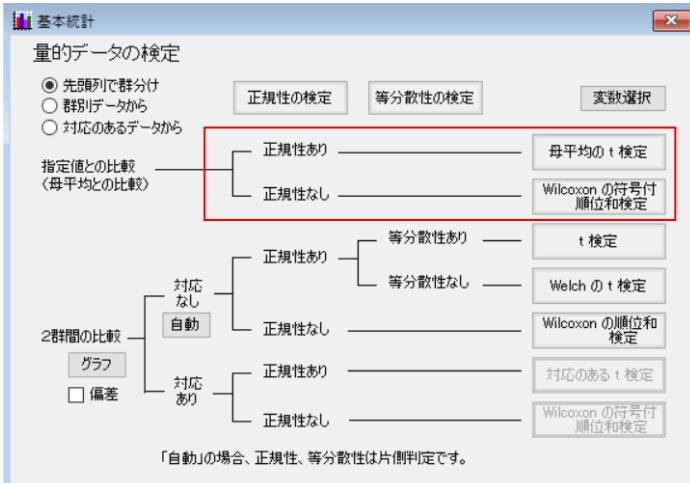


図 4.1.1 量的データの検定メニュー

これは前に示した量的データの検定選択ツリーですが、この章では赤い四角で囲まれた部分について利用法を学習します。最終的な検定方法の名前は母平均の t 検定及び、Wilcoxon の符号付順位和検定といい、どちらを利用するかは正規性の有無によって決められます。

4.2 正規性の検定

最初は正規性を調べる方法についてです。これまでにはヒストグラムがきれいな富士山型をしている場合は正規分布と言ってきましたが、正規分布はデータ数が多くなければきれいな形になりません。データが少い場合はどうするのでしょうか。また、きれいな形といつても個人が感じることですから、個人差があります。この差をなくすにはどうするのでしょうか。

正規性を調べる方法には大きく分けて視覚的な方法と数値的な方法の2種類があります。視覚的な方法では、データ数が多い場合にはヒストグラムを用いる方法と正規確率紙による方法があります。正規確率紙は古くから売られていたグラフ用紙で、ある手順に沿ってデータをプロットして行くと、正規分布と思われる場合はその点が直線に近く並ぶというものです。直線に並ぶ場合は曲線と違ってかなりはっきりとそれを認識することができます。この方法はデータ数が多くても使えますし、かなり優れた方法です。

しかし、やはり人間の個人的な感性の違いから人によって異なった結果になる可能性が残っています。これをできるだけなくすために、数値的な方法も考えられています。よく

利用されるのは Kolmogorov-Smirnov 検定（略して K-S 検定）と Shapiro-Wilk 検定（略して S-W 検定）ですが、一般に S-W 検定の方が正規分布との違いを見つけ出し易くよく利用されています。しかし K-S 検定はデータ数が数千を超える場合は良い結果を与えるとされています。このソフトにはきちんとした S-W 検定がなく、Shapiro-Francia 検定を元にした近似計算になっています。実用上問題はないと思いますが、利用する場合はその点だけ念頭に置いて下さい。名前は他のソフトを使う場合に聞きなれていた方がよいので、「S-W 検定」にしてあります。それでは具体的に視覚的方法と数値的方法の 2 つの視点から、正規性を調べてみましょう。

例

以下の 2 種類のデータの正規性を調べよ。

- 1) 2.5, 2.1, 3.4, 2.8, 4.6, 3.2, 3.8, 4.8, 4.0
- 2) 20.9, 61.1, 57.2, 51.0, 46.6, 41.2, 21.0, 56.3, 49.5, 49.3, 22.4, 23.5

まずファイル Samples¥テキスト 4.txt を開きます。量的データ検定メニューの中で「群別データから」ラジオボタンを選択し、メニュー【分析－基本統計－量的データの集計】を選択し、変数選択で「すべて」を選んだ画面が以下の図です。

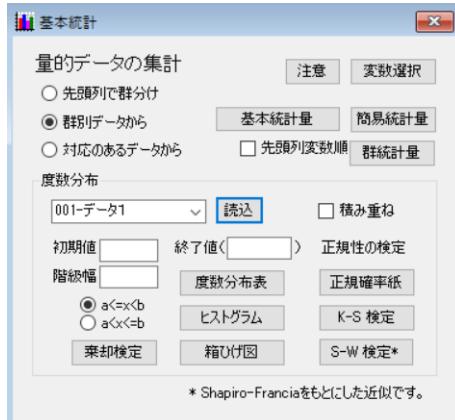


図 4.2.1 正規性の検定実行画面

これは一度利用した量的データの集計画面ですが、ヒストグラムの他に正規確率紙や S-W 検定などの処理も含まれています。このデータは数が少なくヒストグラムで正規性を示すことができませんので、「読み込み」ボタンを押して「データ 1」が表示されたのを確認後「正規確率紙」ボタンをクリックします。結果は以下の左図のようになります。次に、読み込みを「データ 2」に変え、同じように「正規確率紙」ボタンをクリックすると、結果は右図ようになります。

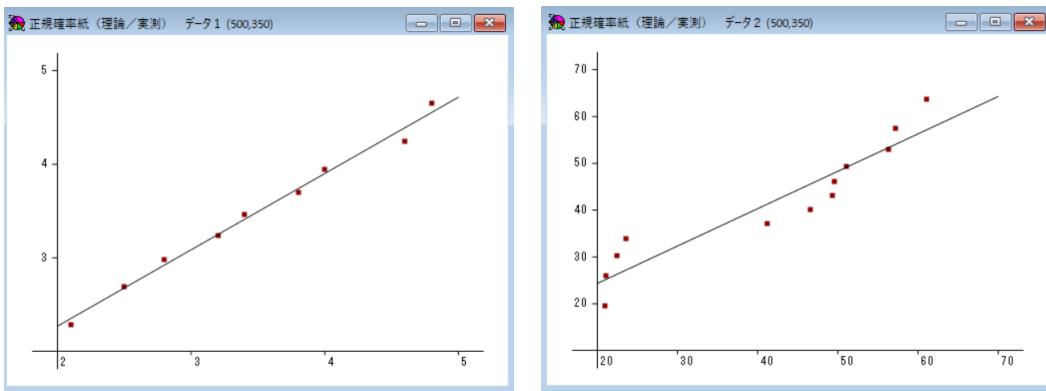


図 4.2.2 正規確率紙表示画面

これを見ると、左図はプロットがほぼ直線状に並んでいますので、データは正規分布しているものと考えられます。しかし、右図は直線からのずれが著しく正規分布とは考えにくいようです。そこで、実行画面で「S-W 検定」ボタンをクリックしてみると以下のような結果が得られます。

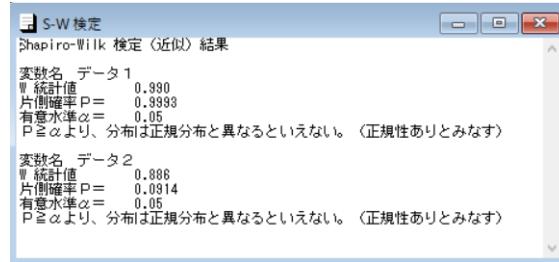


図 4.2.3 S-W 検定結果

これは帰無仮説としてデータに正規性がある、対立仮説としてデータに正規性がないとする検定で、この結果によると両方帰無仮説が採択されます。しかし、正規分布であると考えられる確率の値を見ると、上は $p=0.99$ で明らかに正規分布、下は $p=0.09$ で正規確率紙の方法のところでも見たように、正規性が怪しそうです。

正規性の検定では、正規分布でないということは言えますが、正規分布であることは「正規分布でないといえない」という弱い言い方しかできません。それはデータ数が増えると差を見つけやすくなつて「正規分布でない」という結論になつてしまふかも知れないからです。ただ実際の検定の場面では、これを正規分布と考えて処理を行うこともあるようで、我々のソフトではこういったニュアンスを込めて、「正規性ありとみなす」という表現にしています。

4.3 母集団の平均値と指定値との検定（正規性あり）

正規性を調べる方法が分かりましたので、次はデータに正規性があった場合の具体的な検定の方法についてです。以下の例を見て下さい。

例 1

ある地域のある規模の会社 11 社について 1 人当たり売上高は以下の通りである（テキスト 4.txt, 2 頁）。この地域の会社の 1 人当たり売上高は同じ規模の会社の 1 人当たり平均売上高 2260

(万円)に比べて差があるといえるか? 検定を選んで有意水準5%で判定せよ。

2060, 2350, 1550, 1720, 1800, 1990, 1510, 1720, 2910, 1820, 2600

ここではまず、量的データ検定メニューで、「指定値との比較」のところをたどって行き、データの正規性を調べます(S-W検定)。その結果このデータは「正規分布とみなす」と判定されます。その結果、使われる検定は「母平均のt検定」であることが分かります。それをクリックすると以下の分析実行画面が表示されます。

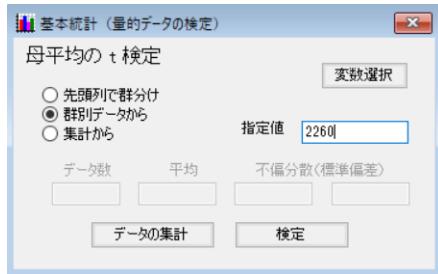


図 4.3.1 母平均のt検定実行画面

ここで、「指定値」のところに比較する値の「2260」を書き込み、「検定」ボタンをクリックすると以下の結果を得ます。

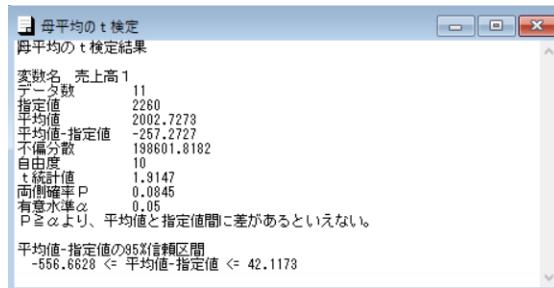


図 4.3.2 母平均のt検定結果

解答

$$t = 1.91469$$

$p = 0.08455 > 0.05$ より、1人当たり売上高に差があるといえない。

理論 母平均のt検定

指定値と比べて平均に差がないとして、

$$t = \frac{\sqrt{n}(\bar{x} - \mu)}{s} \sim t_{n-1} \text{ 分布}$$

4.4 母集団の中央値と指定値との検定（正規性なし）

例2

ある地域のある規模の会社の1人当たり売上高(万円)は以下の通りである。(テキスト4.txt, 3頁) これらの会社は同じ規模の会社の中央値2260(万円)に比べて売上高に差があるといえるか。検定を選んで有意水準5%で判定せよ。

2060, 2064, 2072, 2005, 2602, 1987, 1824, 1720, 2035, 1890, 2025,

ここでは上と同様に、量的データ検定メニューで、「指定値との比較」のところをたどつて行き、データの正規性を調べます（S-W 検定）。その結果このデータは「正規分布といえない」と判定されます。その結果、使われる検定は「Wilcoxon の符号付き順位和�定」であることが分かります。それをクリックすると以下の分析実行画面が表示されます。

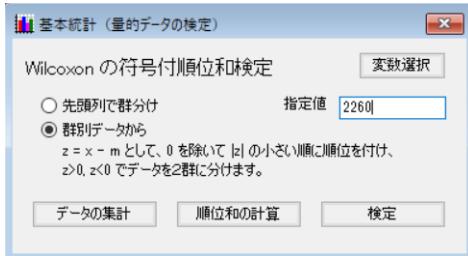


図 4.3.3 Wilcoxon の符号付き順位和検定実行画面

ここで、「指定値」のところに比較する値の「2260」を書き込み、「検定」ボタンをクリックすると以下の結果を得ます。

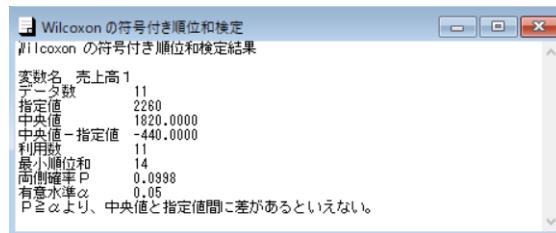


図 4.3.4 Wilcoxon の符号付き検定結果

解答

$R = 8, p = 0.0294 < 0.05$ より、中央値に差があるといえる。

概要 Wilcoxon (ウィルコクソン) の符号付き順位和検定 【Skip OK】

Wilcoxon の符号付き順位和検定について例を用いて簡単に説明しておきます。今、図 A1 のような 3 種類のデータを考えます。上のデータ並びをケース A、中央のデータ並びをケース B、下のデータ並びをケース C と呼び、状況の違う 3 つのケースとします。この 3 つのケースのうち、代表値（平均値や中央値）が μ から最も離れているのはどれでしょうか。

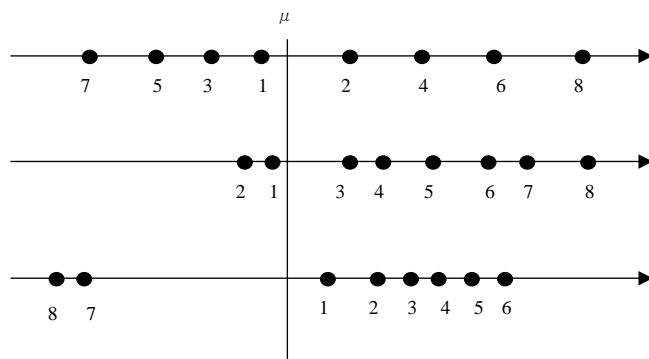


図 4.3.5 検定概念図

一番上のデータは平均から左右均等に散らばっていますので、これは違います。しかし真ん中のデータは極端に右に偏っていますので、これだと分かります。視覚的にはすぐに分かりますが、数値的には何を使ってそれを判定するのでしょうか。一番下のデータはあまりずれていないように感じますが、平均から右にずれている個数は2番目と同じなので、左右の個数ではありません。

このデータに対して左右に関係なく0に近いところから順番に番号（順位）を付けてやることにします。それが上の図に付いた番号です。この番号を0以上と0未満のところで合計します。それを表にすると以下の表1のようになります。

表4.3.1 符号付き順位和

	一群	十群
ケースA	16	20
ケースB	3	33
ケースC	15	21

真ん中のデータは合計が極端に違います。この番号（ μ に近い順位）の和によってデータの偏りをみる検定が Wilcoxon の符号付き順位和検定です。実際に利用する式は以下です。この検定は中央値の検定と言われますが、分布が左右非対称の場合は、結果は分布の型にも依存します。

理論

指定値の左右の順位和を求め、その小さい方を R とする。

標本数が多いとき

$$z = \frac{|R - n(n+1)/4| - 1/2}{\sqrt{n(n+1)(2n+1)/24}} \sim N(0,1) \text{ 分布 (正の部分)} \quad (\text{Yates の連続補正})$$

ソフトではさらに、同順位の補正というものも入る。

標本が少ないとき

数表を利用する。

問題1 (テキスト4.txt)

以下のデータの平均値（中央値）は5.5と比べて差があるといえるか。検定を選んで有意水準5%で判定せよ。

8.4, 4.6, 5.2, 6.3, 7.2, 5.8, 6.0, 5.4, 4.9, 6.9

正規性の判定 正規確率紙を描く。

S-W 検定 確率 [] 判定 正規分布と [みなす・いえない]。

検定名 [] 確率 []

判定 5.5と比べて差があると [いえる・いえない]。

問題2

テキスト9.txtのデータを用いて以下の問い合わせに答えよ。

1) 年収の平均値（中央値）は610万円と比べて差があるといえるか。分析を選んで有意

水準 5% で判定せよ。

正規性の判定 ヒストグラムを描く。正規確率紙を描く。

S-W 検定 確率 [] 判定 正規分布と [みなす・いえない]。

検定名 [] 確率 []

判定 610 万円より多いと [いえる・いえない]。

2) 支出の平均値（中央値）は 44 万円と比べて差があるといえるか。分析を選んで有意水準 5% で判定せよ。

正規性の判定 ヒストグラムを描く。正規確率紙を描く。

S-W 検定 確率 [] 判定 正規分布と [みなす・いえない]。

検定名 [] 確率 []

判定 44 万円と比べて差があると [いえる・いえない]。

問題 1 解答

以下のデータの平均値（中央値）は 5.5 と比べて差があるといえるか。

S-W 検定 確率 [0.6767] 判定 正規分布と [みなす・いえない]。

検定名 [母平均の t 検定] 確率 [0.1569]

判定 5.5 と比べて差があると [いえる・いえない]。

問題 2 解答

1) 年収の平均値（中央値）は 610 万円と比べて差があるといえるか。

S-W 検定 確率 [0.0000] 判定 正規分布と [みなす・いえない]。

検定名 [Wilcoxon 符号付順位和検定] 確率 [0.4136]

判定 610 万円より多いと [いえる・いえない]。

2) 支出の平均値（中央値）は 44 万円と比べて差があるといえるか。

S-W 検定 確率 [0.9005] 判定 正規分布と [みなす・いえない]。

検定名 [母平均の t 検定] 確率 [0.0065]

判定 44 万円と比べて差があると [いえる・いえない]。