

College Analysis による物理シミュレーション 1

－質点系の運動・惑星シミュレーション－

福井正康

福山平成大学経営学部経営学科

概要

我々は社会システム分析に用いられる様々な手法を統合化したプログラム College Analysis を作成し、その中でグラフィック機能を充実させてきた。このグラフィック機能を活用して、今後は大学教養課程の授業に利用できる物理シミュレーションのプログラムを作成して行きたいと思う。この論文では、質点系の運動とそれを応用した惑星シミュレーションのプログラムについて紹介する。質点系の運動では、簡易言語を用いて、床や天井、ひもやバネなど質点の運動する環境も含めて描画する。惑星シミュレーションでは、実サイズの星を様々な距離と角度から眺めることができる。

キーワード

College Analysis, 物理, シミュレーション, 力学, 質点系, 惑星, 運動方程式

URL: <http://www.heisei-u.ac.jp/ba/fukui/>

1. はじめに

我々はこれまで、社会システム分析ソフトウェア College Analysisにおいて、統計学、経営科学、意思決定手法などを中心にプログラムを作成し、グラフ出力、ピクチャビューア、3D ビューアなどのグラフィック出力ツールを整備してきた¹⁾⁻³⁾。これらのツールは種々の分析やシミュレーションにも利用されており、我々のプログラムの可能性を拡げるものとなった。その可能性の一つが物理シミュレーションであり、これは我々にとってぜひとも考えてみたい取り組みであった。今後我々は社会システム分野のプログラムに加えて、この物理シミュレーションをプログラム開発の1つの柱にしたいと考えている。そのプログラムを College Analysis の中に加えるべきか否か迷うところであるが、当面は「教育・科学他」の分野に加え、独立させる方が好ましいならば、将来、単独のプログラムとすることも考える。

我々は準備として、微積分、微分方程式など、純粋な数学に関するプログラムを College Analysis の「数学」の分野で作成し⁴⁾、それを基に物理シミュレーションのプログラムの開発を進める。開発に当っては、決まった環境下でパラメータの値を変えるようなものではなく、簡易的な言語のようなものによって、シミュレーションを実行する環境から記述できるようにすることを考える。また、運動などは2次元に限定するのではなく、できるだけ現実の3次元で扱うようにする。

高等学校の物理シミュレーションには優れたプログラムがあり⁵⁾、同じレベルのものを作つてもあまり意味はない。我々はこれらを参考にしながら、もう少し難易度を進めて、理工系学生の大学教養課程でも使えるレベルのものを作りたい。さらに、また文系学生に対しても、理論の難しい部分を省けば楽しめるようにもしたい。今回のプログラムがこのような内容になっているかどうか、実際に授業を行ってみなければ分からぬが、少なくとも今後の教材開発が重要であると思われる。また、半期分の授業に対応させるためには、分析の種類を増やして行く必要もある。特に、相対論や量子論の不思議な世界は、文系学生にも興味を持たれるだろう。我々は今後、ここで述べた考え方からプログラムを作成して行く。この論文のシリーズではこれらのプログラムについて順次紹介して行く予定である。

今回は、最初の課題として、質点系の運動を取り扱う。内容は一般的な制約条件の付いた運動と重力による惑星運動である。制約条件付きの運動は、様々な状況を演出できるように、シミュレーション言語のようなものを作成し、床の形状やひもやバネの描画など、環境も含めて描画できるようにした。また、惑星運動は、惑星の大きさが実寸で表示できるようにした。そのため、そのモードでは地球に視点を持ってくると、太陽と月の大きさがほぼ同じに見える。単純なプログラムの中にもいろいろな工夫を盛り込んでいるので、楽しんでもらえたら幸いである。

2. 質点系の運動

2.1. 束縛運動

我々はこの節で、束縛条件がある場合の質点の運動について議論する。直感的理解を深めるために、通常とは逆に具体的なところから始めて、一般的な理論へ話を進めて行くこととする。

法線ベクトルの関係式

最初に、ある曲面に束縛された質点の運動について考える際の、法線ベクトルとそれに関する角度の関係を与える。その曲面を以下の関数で表わす。

$$z = f(x, y)$$

ここに m は運動する質点の質量、外力は z 軸下向きに mg の力が働くものとする。 x 軸方向に dx 進む際の z 方向の変化 dz_x 、及び y 方向に dy 進む際の z 方向の変化 dz_y は以下で与えられる。

$$dz_x = f_x dx \equiv \tan \theta_x dx$$

$$dz_y = f_y dy \equiv \tan \theta_y dy$$

ベクトル $\mathbf{ds}_x = (dx, 0, dz_x)$ と $\mathbf{ds}_y = (0, dy, dz_y)$ が作る平面の法線ベクトル \mathbf{n} は、

$$\mathbf{n} \propto \mathbf{ds}_x \times \mathbf{ds}_y \propto (-\tan \theta_x, -\tan \theta_y, 1)$$

より、以下となる。

$$\begin{aligned} \mathbf{n} &= \left(-\frac{\sin \theta_x \cos \theta_y}{d}, -\frac{\cos \theta_x \sin \theta_y}{d}, \frac{\cos \theta_x \cos \theta_y}{d} \right) \\ d &= \sqrt{\cos^2 \theta_x + \cos^2 \theta_y + \cos^2 \theta_x \cos^2 \theta_y} \end{aligned}$$

法線を含む鉛直面内で法線の傾き θ' は、以下のように与えられる。

$$\tan \theta' = \frac{\cos \theta_x \cos \theta_y}{\sqrt{\sin^2 \theta_x \cos^2 \theta_y + \cos^2 \theta_x \sin^2 \theta_y}} = \frac{1}{\sqrt{\tan^2 \theta_x + \tan^2 \theta_y}}$$

これから、平面の傾き θ は以下となる。

$$\tan \theta = \sqrt{\tan^2 \theta_x + \tan^2 \theta_y}$$

この関係を利用すると、

$$d = \frac{\cos \theta_x \cos \theta_y}{\cos \theta}$$

これより、法線ベクトルは以下のようにも書かれる。

$$\mathbf{n} = (-\tan \theta_x \cos \theta, -\tan \theta_y \cos \theta, \cos \theta)$$

法線ベクトルの x 軸の負の向きからの角度を φ とすると、これは以下のように表わされる。

$$\cos \varphi = \frac{\sin \theta_x \cos \theta_y}{\sqrt{\sin^2 \theta_x \cos^2 \theta_y + \cos^2 \theta_x \sin^2 \theta_y}} = \frac{\tan \theta_x}{\tan \theta}$$

$$\sin \varphi = \frac{\cos \theta_x \sin \theta_y}{\sqrt{\sin^2 \theta_x \cos^2 \theta_y + \cos^2 \theta_x \sin^2 \theta_y}} = \frac{\tan \theta_y}{\tan \theta}$$

この角には、以下の関係もある。

$$\tan \theta_x \cos \varphi + \tan \theta_y \sin \varphi = \tan \theta$$

$$\tan \theta_y \cos \varphi - \tan \theta_x \sin \varphi = 0$$

もう少しベクトルの関係式を与えておく。ある単位ベクトルを、 $\mathbf{n}_1 = (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta)$ とすると、このベクトルに直交し、互いに直交する 2 つの単位ベクトル $\mathbf{n}_2, \mathbf{n}_3$ は、以下のように与えることができる。

$$\mathbf{n}_2 = (-\sin \varphi, \cos \varphi, 0)$$

$$\mathbf{n}_3 = (-\cos \theta \cos \varphi, -\cos \theta \sin \varphi, \sin \theta)$$

またこれに対して、任意の角度 α について、以下も直交系をなす。

$$\mathbf{n}_1 = (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta)$$

$$\mathbf{n}'_2 = (-\sin \varphi \cos \alpha - \cos \theta \cos \varphi \sin \alpha, \cos \varphi \cos \alpha - \cos \theta \sin \varphi \sin \alpha, \sin \theta \sin \alpha)$$

$$\mathbf{n}'_3 = (\sin \varphi \sin \alpha - \cos \theta \cos \varphi \cos \alpha, -\cos \varphi \sin \alpha - \cos \theta \sin \varphi \cos \alpha, \sin \theta \cos \alpha) \quad (1)$$

これらの関係はプログラムで利用される。

床束縛問題

さて、床束縛問題を Lagrange の未定乗数法で考えてみる。ポテンシャルを mgz 、束縛面を $z = f(x, y)$ とすると、Lagrangian は以下となる。

$$L = \frac{m}{2}(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) - mgz + \lambda(z - f(x, y))$$

ここに λ は未定乗数である。運動方程式は以下となる。

$$\begin{aligned} m \frac{dv_x}{dt} + \lambda f_x &= 0 \\ m \frac{dv_y}{dt} + \lambda f_y &= 0 \\ m \frac{dv_z}{dt} + mg - \lambda &= 0 \end{aligned}$$

$$z - f(x, y) = 0$$

束縛条件を z 方向の運動方程式に代入すると、

$$\begin{aligned} v_z &= f_x v_x + f_y v_y \\ \frac{dv_z}{dt} &= f_x \frac{dv_x}{dt} + f_y \frac{dv_y}{dt} + f_{xx} v_x^2 + 2f_{xy} v_x v_y + f_{yy} v_y^2 \end{aligned}$$

より、

$$\lambda = m \left(f_x \frac{dv_x}{dt} + f_y \frac{dv_y}{dt} + f_{xx} v_x^2 + 2f_{xy} v_x v_y + f_{yy} v_y^2 + g \right)$$

これに x, y 方向の運動方程式を代入すると

$$\lambda = mg - (f_x^2 + f_y^2) \lambda + m(f_{xx} v_x^2 + 2f_{xy} v_x v_y + f_{yy} v_y^2)$$

より、以下となる。

$$\lambda = m \frac{g + (f_{xx}v_x^2 + 2f_{xy}v_xv_y + f_{yy}v_y^2)}{1 + f_x^2 + f_y^2}$$

以前の記号を利用すると、 $f_x = \tan\theta_x$, $f_y = \tan\theta_y$ より、

$$\lambda = m[g + (f_{xx}v_x^2 + 2f_{xy}v_xv_y + f_{yy}v_y^2)] \cos^2\theta$$

これを $\lambda \equiv T\cos\theta$ と定義すると、運動方程式は以下となる。

$$\begin{aligned} m \frac{dv_x}{dt} &= -T\cos\theta \tan\theta_x = -T\sin\theta \cos\varphi \\ m \frac{dv_y}{dt} &= -T\cos\theta \tan\theta_y = -T\sin\theta \sin\varphi \\ m \frac{dv_z}{dt} &= -mg + T\cos\theta \end{aligned}$$

$$T = m[g + (f_{xx}v_x^2 + 2f_{xy}v_xv_y + f_{yy}v_y^2)] \cos\theta$$

ここで、 T は床からの抗力に相当する。これより、束縛条件は床面鉛直方向で、重力と遠心力につり合いを持たせる力を生じさせることを意味していることが分かる。

抗力 T を使って、摩擦のある場合の運動方程式は、摩擦係数を μ として以下で与えられる。

$$\begin{aligned} m \frac{d^2x}{dt^2} &= -T\sin\theta \cos\varphi - \mu T \frac{v_x}{v} \\ m \frac{d^2y}{dt^2} &= -T\sin\theta \sin\varphi - \mu T \frac{v_y}{v} \\ m \frac{d^2z}{dt^2} &= -mg + T\cos\theta - \mu T \frac{v_z}{v} \end{aligned}$$

但し、 $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$, $v_z = \tan\theta_x v_x + \tan\theta_y v_y$ である。

次に質点の反発について考える。床面の法線ベクトルは以下のようにあたえられるので、

$$\mathbf{n} = (-\tan\theta_x \cos\theta, -\tan\theta_y \cos\theta, \cos\theta)$$

これに直交するベクトルで、同一鉛直面内のものを \mathbf{n}_1 、法線ベクトルとこのベクトルに垂直のものを \mathbf{n}_2 とすると、以下のように表わされる。

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_1 &= \left(-\tan\theta_x \frac{\cos^2\theta}{\sin\theta}, -\tan\theta_y \frac{\cos^2\theta}{\sin\theta}, -\sin\theta \right) \\ \mathbf{n}_2 &= \left(-\tan\theta_y \frac{\cos\theta}{\sin\theta}, \tan\theta_x \frac{\cos\theta}{\sin\theta}, 0 \right) \end{aligned}$$

入射する質点の速度を \mathbf{v} 、反発係数を e とすると、反発後の速度 \mathbf{v}' は以下で与えられる。

$$\mathbf{v}' = -e(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} + (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_1)\mathbf{n}_1 + (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_2)\mathbf{n}_2$$

質点の束縛問題

1 質点の束縛問題をさらに一般化する。ポテンシャルを $g(x, y, z)$ 、束縛条件を $f(x, y, z) = 0$ とする
と Lagrangian は以下となる。

$$L = \frac{m}{2}(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) - g(x, y, z) + \lambda f(x, y, z)$$

これを用いると運動方程式は以下となる。

$$m \frac{dv_x}{dt} + g_x - \lambda f_x = 0$$

$$m \frac{dv_y}{dt} + g_y - \lambda f_y = 0$$

$$m \frac{dv_z}{dt} + g_z - \lambda f_z = 0$$

$$f(x, y, z) = 0$$

束縛条件から

$$f_x v_x + f_y v_y + f_z v_z = 0$$

$$f_x \frac{dv_x}{dt} + f_y \frac{dv_y}{dt} + f_z \frac{dv_z}{dt} + f_{xx} v_x^2 + f_{yy} v_y^2 + f_{zz} v_z^2 + 2f_{xy} v_x v_y + 2f_{yz} v_y v_z + 2f_{zx} v_z v_x = 0$$

これに3つの方程式を代入して、 λ について求めるところになると以下のようになる。

$$\lambda = \frac{(f_x g_x + f_y g_y + f_z g_z) - m(f_{xx} v_x^2 + f_{yy} v_y^2 + f_{zz} v_z^2 + 2f_{xy} v_x v_y + 2f_{yz} v_y v_z + 2f_{zx} v_z v_x)}{f_x^2 + f_y^2 + f_z^2}$$

これを用いて運動方程式を解くことができる。

質点系の束縛問題

最後に複数の質点系で複数の束縛条件のある問題について考える。この質点系の Lagrangian は以下で与えられる。

$$L = \sum_{i=1}^N \left[\frac{m_i}{2} \mathbf{v}_i^2 - g(\mathbf{r}_i) \right] + \sum_{k=1}^p \lambda_k f_k(\mathbf{r})$$

運動方程式は $3N$ 個で、以下となる。下は質量で割った式である。

$$m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} + \frac{\partial g}{\partial \mathbf{x}_i} - \sum_{k=1}^p \lambda_k \frac{\partial f_k}{\partial \mathbf{x}_i} = 0$$

$$\frac{d\mathbf{v}_i}{dt} + \frac{1}{m_i} \frac{\partial g}{\partial \mathbf{x}_i} - \sum_{k=1}^p \frac{\lambda_k}{m_i} \frac{\partial f_k}{\partial \mathbf{x}_i} = 0$$

束縛条件から、 p 個の式を得る。

$$\sum_{i=0}^N \frac{\partial f_k}{\partial \mathbf{x}_i} \mathbf{v}_i = 0$$

これをもう一度時間微分して、

$$\sum_{i=0}^N \frac{\partial f_k}{\partial \mathbf{x}_i} \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} + \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N \frac{\partial f_k}{\partial \mathbf{x}_i \partial \mathbf{x}_j} \mathbf{v}_i \mathbf{v}_j = 0$$

この式に運動方程式を代入すると、

$$\sum_{i=0}^N \frac{\partial f_k}{\partial \mathbf{x}_i} \frac{1}{m_i} \left(-\frac{\partial g}{\partial \mathbf{x}_i} + \sum_{l=1}^p \lambda_l \frac{\partial f_l}{\partial \mathbf{x}_i} \right) + \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N \frac{\partial f_k}{\partial \mathbf{x}_i \partial \mathbf{x}_j} \mathbf{v}_i \mathbf{v}_j = 0$$

最終的に未定乗数 λ_l を与える以下の方程式が得られる。

$$\sum_{l=1}^p \left(\sum_{i=0}^N \frac{1}{m_i} \frac{\partial f_k}{\partial \mathbf{x}_i} \frac{\partial f_l}{\partial \mathbf{x}_i} \right) \lambda_l - \sum_{i=0}^N \frac{1}{m_i} \frac{\partial f_k}{\partial \mathbf{x}_i} \frac{\partial g}{\partial \mathbf{x}_i} + \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N \frac{\partial f_k}{\partial \mathbf{x}_i \partial \mathbf{x}_j} \mathbf{v}_i \mathbf{v}_j = 0$$

これは、

$$a_{kl} = \sum_{i=0}^N \frac{1}{m_i} \frac{\partial f_k}{\partial \mathbf{x}_i} \frac{\partial f_l}{\partial \mathbf{x}_i}, \quad b_k = \sum_{i=0}^N \frac{1}{m_i} \frac{\partial f_k}{\partial \mathbf{x}_i} \frac{\partial g}{\partial \mathbf{x}_i} - \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N \frac{\partial f_k}{\partial \mathbf{x}_i \partial \mathbf{x}_j} \mathbf{v}_i \mathbf{v}_j$$

と定義すると、次の連立 1 次方程式であり、

$$\sum_{l=1}^p a_{kl} \lambda_l = b_k$$

未定乗数 λ_l が求められる。これを用いて運動方程式を解くことができる。

2.2 プログラムの動作

メニュー「分析－教育・科学他－物理シミュレーション－質点系の運動」を選択すると、図 2.1 のような実行メニューが表示される。

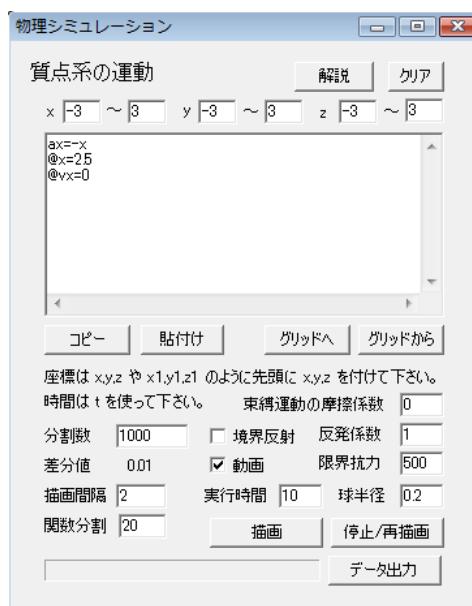


図 2.1 実行メニュー

プログラムを実行するには、まず、最上部の「x」「y」「z」となっている描画範囲を指定する。その下の大きなテキストボックスに描画コマンドを記述する。プログラムの概要とコマンドの書き方などについては、「解説」ボタンをクリックすると図 2.2 のように表示される。

ここでは、最初に解説画面を元にコマンドの記述法とその利用法を解説し、その後、例を元に具体的に実行メニュー中の設定について説明する。

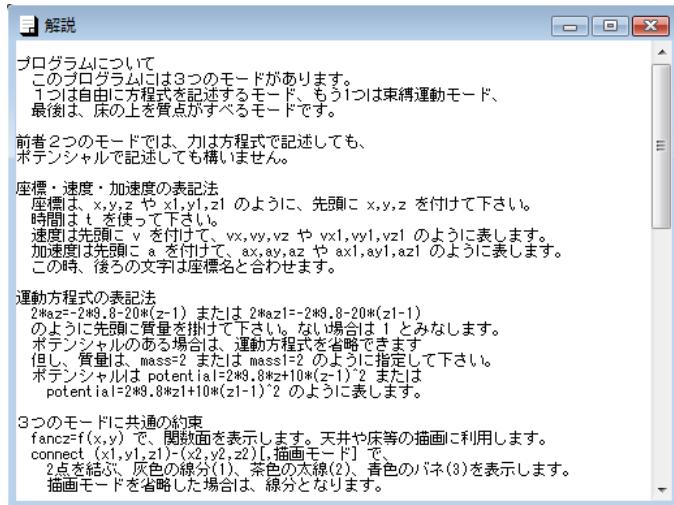


図 2.2 解説画面

このプログラムには大きく分けて3つのモードがある。1つは束縛のないモード（通常モードと呼ぶ）、もう1つは束縛運動モード（束縛モードと呼ぶ）、最後は床の上を質点が滑るモード（床上モードと呼ぶ）である。床上モードは、束縛モードのひとつであるが、このプログラムでは、質点のジャンプやバウンドを考えているので、特別に分けています。通常モードと束縛モードには、質点に働く力をそのまま運動方程式に記述する場合とポテンシャルで記述する場合の2種類がある。一般に複数の質点を考えるが、床上モードでは、特別に、質点は1つ、力の方向は z 軸下向きと規定している。

コマンド入力について、最初に、座標、速度、加速度の表記法を示す。まず時間は必ず t を使う。座標は、 x, y, z や x_1, y_1, z_1 のように、先頭に x, y, z を付ける。速度は先頭に v 、続けて座標の名前を付けて、 vx, vy, vz や vx_1, vy_1, vz_1 のように表す。加速度は先頭に a 、続けて座標の名前を付けて、 ax, ay, az や ax_1, ay_1, az_1 のように表す。

運動方程式は（ポテンシャルを記入しない場合）、以下のように記述する。

$2*az=-2*9.8-20*(z-1)$

これは重力場中のばね運動を表している。左辺は質量×加速度で、先頭に質量（この場合 2）を付けて記述する。質量の記述がない場合は 1 とみなす。方程式は3次元すべて記入する必要はない。

同じ問題をポテンシャルで記述すると以下となる。

$potential=2*9.8*z+10*(z-1)^2$

$mass=2$

ポテンシャルで記述する場合、方程式を入力する必要はないが、質量が分離できないので、必ず質量を指定する。指定の方法は質点の座標が (x, y, z) の場合 $mass=1$ 、 (x_1, y_1, z_1) の場合 $mass_1=1$ などとする。

直接的な運動の記述以外の、描画に関するコマンドを紹介する。これらのコマンドは3つのモードで共通に使える。

実行結果に天井や床などを加えたい場合は、以下のように指定する。

```
funcz=f(x, y)
```

このコマンドで、 $z=f(x, y)$ で表わされる関数面を表示する。但し、 z 方向に極端に傾いた部分は表示できない。

実行結果に糸やバネを加えたい場合は、以下のように指定する。

```
connect (x1, y1, z1)-(x2, y2, z2) [, 描画モード]
```

描画モード 1:線分, 2:太い線分, 3:バネ

このコマンドにより、描画に座標 $(x1, y1, z1)$ と $(x2, y2, z2)$ とを結ぶ、線分(灰色)、太い線分(茶色)、バネ(青)を追加する。どれを描画するかは描画モードの数字によって使い分ける。描画モードを指定しない場合は線分となる。

運動方程式には初期条件が必要である。初期条件は以下のように、先頭に @ を付けて指定する。但し、方程式にない変数については指定しない(これらの変数については常に0の値を取る)。

```
@x1=0
```

```
@vx1=1
```

define コマンドで、運動方程式やポテンシャルなどの複雑な式を以下のように分けて表示することができる。

```
define s=(x1^2+y1^2+(z1-3)^2)^0.5  
potential=2*9.8*z1+10*(s-2)^2
```

床上モードでは、質点への重力加速度は z 方向に働き、床面は以下のように指定する。

```
floorz=f(x, y)
```

重力加速度は以下のように指定する。

```
gravz=g(x, y, z)
```

運動方程式は入力せず、初期値のみ入力する。変数名には必ず x, y, z を使う。床上モードで扱える質点は1個である。

以後、例を見ながら説明をする。実行はテキストボックスにコマンドを打ち込むか、グリッドにあるデータを「グリッドから」ボタンで読み込んで、「描画」ボタンをクリックする。運動を一時停止する場合や、再度運動を開始する場合は、「停止/再描画」ボタンをクリックする。また、質点の軌道を表示させる場合は、実行中(一時停止中)に「動画」チェックボックスのチェックを外し、「停止/再描画」ボタンをクリックする。質点の軌道の数値データを出力したい場合は、「データ出力」ボタンをクリックする。時間、質点の位置、質点の速度、未定乗数(床上モードの場合は抗力)の値が表

データで出力される。

例 1 楕円運動

```
# 楕円運動  
connect (0, 0, 0)-(x1, y1, z1)  
ax1=-2*x1/(x1^2+y1^2)^1.5  
ay1=-2*y1/(x1^2+y1^2)^1.5  
@x1=3  
@y1=0  
@vx1=0  
@vy1=0.5
```

これは原点からの距離の逆²乗則による楕円軌道を表している。紙面の都合上2列で書いているが、パソコンでは1列で入力する。力の方向を明らかにするために、原点と質点を線で結んである。行の先頭に#を付けるとコメント行になる。図 2.3a に実行例を示す。また、図 2.3b に「動画」チェックボックスのチェックを外して描いた軌道を示す。

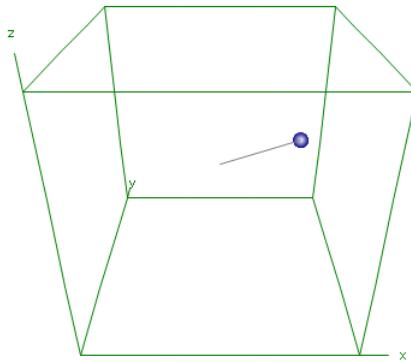


図 2.3a 質点の楕円運動

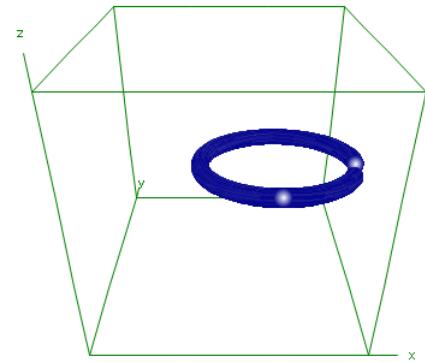


図 2.3b 質点の楕円運動の軌道 1

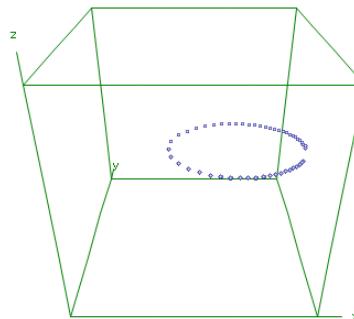


図 2.3c 質点の楕円運動の軌道 2

質点の大きさは、「球半径」テキストボックスで指定する。上の図はデフォルトの 0.2 である。軌

道表示などでは小さく設定した方が見易い。また、描画のスピードは「描画間隔」テキストボックスで、計算結果をいくつおきに表示するかで決まる。これはまた軌道表示へも影響する。図 2.3c に「球半径」を 0.1 に、描画間隔を 20 に設定した例を示す。

例 2 単振子

```
funcz=3 @x1=5*sin(pi/4)
connect(0, 0, 3)-(x1, 0, z1) @vx1=0
ax1=-(9.8*(3-z1)+(vx1^2+vz1^2))*x1/25 @z1=3-5*cos(pi/4)
az1=-(9.8*x1^2-(3-z1)*(vx1^2+vz1^2))/25 @vz1=0
```

これは x - z 面での糸の長さ 5 の単振子を表している。運動方程式には、円運動をするための糸の張力を加えてある。描画には、天井 $z=3$ と糸（運動している場合のみ）を追加している。図 2.4a に実行結果、図 2.4b に軌道を表示する。

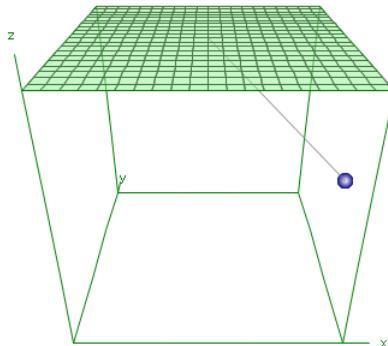


図 2.4a 単振子

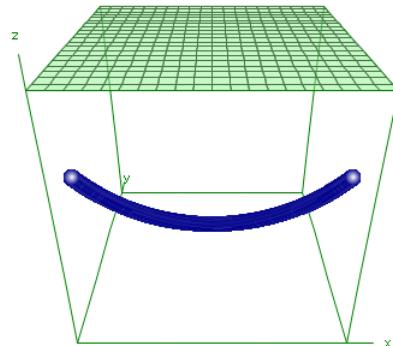


図 2.4b 単振子の軌道

この運動は以下のように束縛運動としても記述できる。

```
funcz=3 @x1=5*sin(pi/4)
connect(0, 0, 3)-(x1, y1, z1) @vx1=0
bind x1^2+y1^2+(3-z1)^2-25=0 @y1=0
ax1=0 @vy1=0
ay1=0 @z1=3-5*cos(pi/4)
az1=-9.8 @vz1=0
```

bind の式が束縛条件を表している。方程式の解法は Lagrange の未定乗数法を利用している。このようにした場合、 y 方向の運動にも対応可能である。図 2.4c に y 方向の速度の初期値を 2 に書き換えた場合 ($@vy1=2$) の z 方向から見た軌道を示しておく。

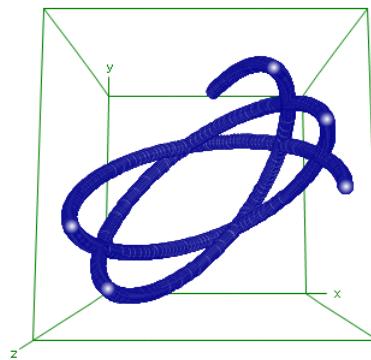


図 2.4c 上から見た 3 次元の単振子の軌道

Lagrange の未定乗数法を利用する場合、初期条件の与え方に注意する必要がある。束縛条件を破る形で与えた場合、束縛条件は全く意味をなさなくなる。何故なら、未定乗数法の場合、例えば距離一定の束縛条件は、距離方向の力を打ち消すように働き、その方向に初速度がある場合、決してそれにならないからである。試しに z 方向に $@vz1=0.3$ で初速度を与えた場合、糸の長さは短くなつて行き、計算は破たんする。この状況を図 2.4d に示す。

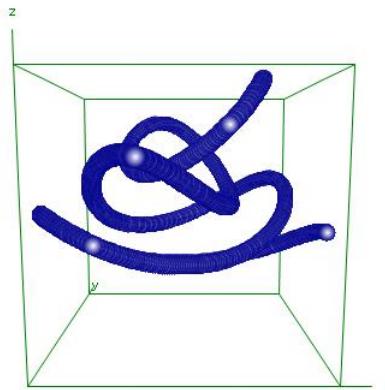


図 2.4d 束縛条件を破る方向に初速度を与えた場合の計算結果

例3 2連振子

```

funcz=3
connect (0, 0, 3)-(x1, y1, z1)
connect (x1, y1, z1)-(x2, y2, z2)
bind x1^2+y1^2+(3-z1)^2-9=0
bind (x1-x2)^2+(y1-y2)^2+(z1-z2)^2-4=0
ax1=0
ay1=0
az1=-9.8
2*ax2=0
2*ay2=0
2*az2=-19.6
@x1=3*sin(pi/6)

```

$\text{@vx1}=0$ $\text{@y1}=0$ $\text{@vy1}=0$ $\text{@z1}=3-3*\cos(\pi/6)$ $\text{@vz1}=0$ $\text{@x2}=5*\sin(\pi/6)$ $\text{@vx2}=0$ $\text{@y2}=0$ $\text{@vy2}=2$ $\text{@z2}=3-5*\cos(\pi/6)$ $\text{@vz2}=0$
--

これは、2連振子に Lagrange の未定乗数法を適用した例である。振動には y 軸方向も加えてある。

図 2.5a に実行結果、図 2.5b に質点の軌道を示す。

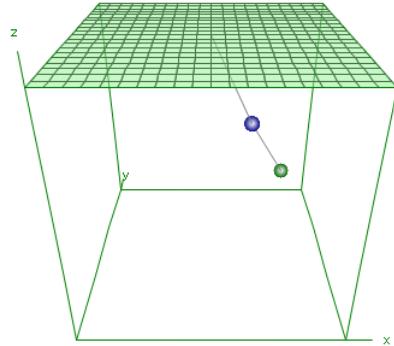


図 2.5a 2連振子

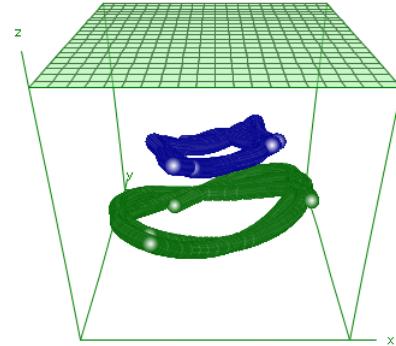


図 2.5b 2連振子の軌道

例4 バネ振子

```

#funcz=3
define s1=(x^2+y^2+(3-z)^2)^0.5
connect (0, 0, 3)-(x, y, z), 3
potential= 9.8*z+4*(s1-2)^2
mass=1
@x=2*sin(pi/4)

```

$\text{@vx}=0$ $\text{@y}=0$ $\text{@vy}=1$ $\text{@z}=3-2*\cos(\pi/4)$ $\text{@vz}=0$
--

これはバネ振子の場合の例である。バネ振子には束縛条件は付かない。すべてポテンシャルで記述する。ここではポテンシャルを記述する場合、バネの長さを $s1$ と定義して利用している。たくさんのバネなどが繋がっている場合、ポテンシャルの記述が長くなるので、簡単な文字列で定義しておくと分かり易い。`connect` 命令でバネを使用しているが、バネの描画には前に示した(1)式を $\alpha = \varphi$ とし

て利用している。図 2.6a に実行結果、図 2.6b に質点の軌道を示す。

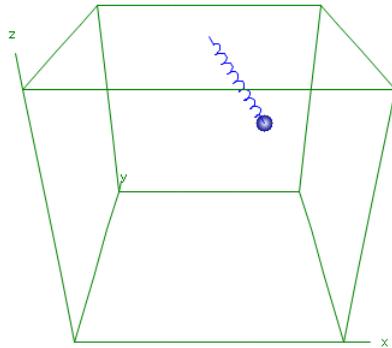


図 2.6a バネ振子

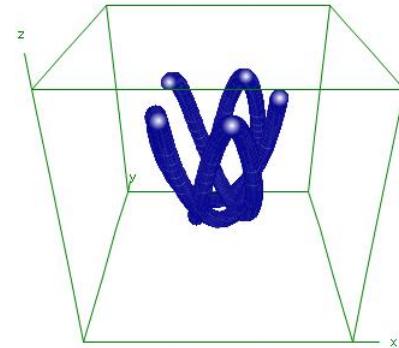


図 2.6b バネ振子の軌道

例 5 床上運動

```

floorz=-1.5*(sin(x+2)+cos(y))          @y=0.5
funcz=-1.5*(sin(x+2)+cos(y))-0.5      @vy=0
gravz=-9.8                               @z=3
@x=0                                     @vz=0
@vx=0

```

これは、 $\text{floorz} = -1.5 * (\sin(x+2) + \cos(y))$ で与えられた面への質点の自由落下（または面上での滑り運動）を表している。その際、反発係数と、面上での滑り運動を起こす際の摩擦係数とを実行メニューで設定する。重力加速度は $\text{gravz} = -9.8$ で与えられ、下向き 9.8 である。反発係数 0.7、摩擦係数 0.2 とした場合の結果を図 2.7a、質点の軌道を図 2.7b に示す。

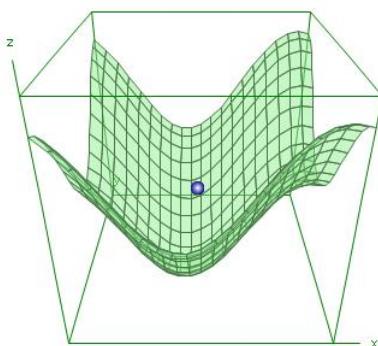


図 2.7a 床上運動

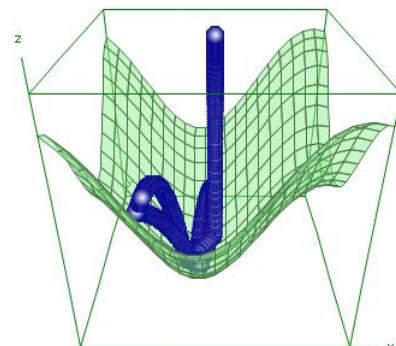


図 2.7b 床上運動の軌道

この問題では、床からの抗力を計算し、抗力が負になった時点で自由落下に切り替える、自由落下的際、床と垂直の方向の速さが小さくなつた場合は滑り運動に切り替える、床と垂直の方向の速さが大きい場合は反発係数に応じた反射をするなどの条件を加えて、できるだけ、実際の運動に近づけたシミュレーションである。ただ、多少の計算誤差も含まれており、反発係数を 1 (0.99 程度で 1 に相当) にすると少し反発が強いようである。

例 6 バネ振子の組み合わせ

```

define 11=((x1+3)^2+y1^2+(z1-3)^2)^0.5
define 12=((x2-x1)^2+(y2-y1)^2+(z2-z1)^2)^0.5
define 13=((3-x2)^2+y2^2+(3-z2)^2)^0.5
define 14=((x3-x1)^2+(y3-y1)^2+(z3-z1)^2)^0.5
define 15=((x4-x2)^2+(y4-y2)^2+(z4-z2)^2)^0.5
connect (-3, 0, 3)-(x1, y1, z1), 3
connect (x1, y1, z1)-(x2, y2, z2), 2
connect (x2, y2, z2)-(3, 0, 3), 3
connect (x1, y1, z1)-(x3, y3, z3), 3
connect (x2, y2, z2)-(x4, y4, z4), 3
potential=9.8*z1+9.8*z2+9.8*z3+9.8*z4+32*(11-2)^2+32*(13-2)^2+16*(14-1)^2+16*(15-1)^2
bind 12-2=0
mass1=1 @x2=1 @z3=2
mass2=1 @vx2=0 @vz3=0
mass3=1 @y2=0 @x4=1
mass4=1 @vy2=0 @vx4=0
@x1=-1 @z2=3 @y4=0
@vx1=1 @vz2=0 @vy4=-1
@y1=0 @x3=-1 @z4=2
@vy1=0 @vx3=1 @vz4=0
@z1=3 @y3=0
@vz1=0 @vy3=1

```

これはバネ振子を組み合せた質点系の例である。結果を図 2.8a、あまり意味がないが、質点の軌道を図 2.8b に示す。上の 2 つの質点の間の線は、堅い棒を表している。これは

```
connect (x1, y1, z1)-(x2, y2, z2), 2
```

で描かれている。この棒は束縛条件で、Lagrange の未定乗数法により表現できるが、バネ定数を大きくして（実際の計算上、他のものの数百倍程度が限界、それ以上はエラーの原因となる）ポテンシャル問題として表してもよい。後者の方が計算時間は幾分短い。

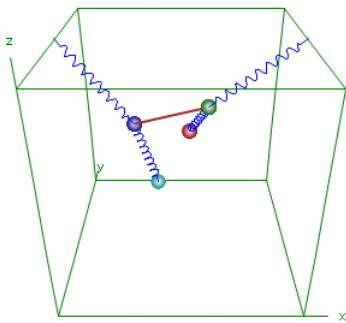


図 2.8a バネ振子の組み合わせ

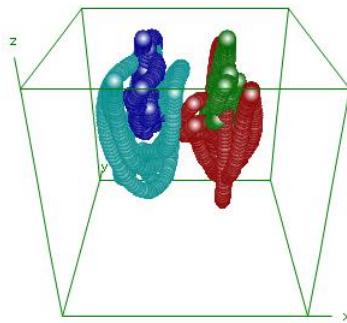


図 2.8b バネ振子の組み合わせの軌道

最後に実行メニューのまだ説明をしていない機能について述べる。「分割数」テキストボックスと「実行時間」テキストボックスの関係であるが、運動の速さにもよるが、「差分値」の値が 0.01 以下になるように選ぶことが望ましい。束縛運動では計算時間が長くかかるため、注意する必要がある。描画は 0.02 秒に 1 回で設定しているので、「描画間隔」が 1 の場合、差分値の値が 0.02 で描画時間が実時間になるはずであるが、描画スピードが追い付けない場合は時間が長くなる。

「関数分割」テキストボックスは、天井や床を描画する関数の分割数を表す。ある座標軸について、関数の描画要素の長さは、描画範囲 ÷ 関数分割数である。「境界反射」チェックボックスは、質点が描画範囲の境界で反射されるかどうかを表す。反射は、境界の垂直成分について反発係数 1 としている。その他の成分について速度変化はない。「限界抗力」テキストボックスについては、床上運動の場合に対応できる抗力の上限を与えており、抗力が大きすぎると計算誤差が生じるので、抗力が「限界抗力」を超えると計算を停止させている。

3. 惑星シミュレーション

この章では常微分方程式の数値解法の例として、惑星シミュレーションを取り上げる。メニュー【数学 - 常微分方程式】のところで扱った 2 階の一般的な常微分方程式では、式の形が決まっていないため、記述された方程式を文字列として処理し計算する必要があり、計算の高速化は望めなかつたが、モデルが定まっている場合は、予めプログラム中に数式が組み込めるので、実行速度は格段に速くなる。

我々が扱う問題は、 n 個の星を考えて、以下で与えられる。

$$\frac{d^2\mathbf{r}_i}{dt^2} = - \sum_{j \neq i} Gm_j \frac{\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|^3} \quad (i = 1, \dots, n)$$

ここに、 m_i は i 番目の星の質量である。

我々は利用者のイメージを考えて、太陽と地球の平均距離（1 天文单位）を 1、地球の速さを 1 とする単位系を採用する。そのため太陽の質量を M とすると、 $v^2/r = GM/r^2$ より、 $GM = 1$ となり、方程式は以下のように書き換えられる。

$$\frac{d^2\mathbf{r}_i}{dt^2} = - \sum_{j \neq i} \frac{m_j}{M} \frac{\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|^3}$$

質量は比として表れるので、自由度が残るが、分かり易いように、地球質量を 1 とする。この単位系では地球の 1 年は 2π で表される。しかし、利用者には分かりにくいので、シミュレーション内ではこれを改めて 1 年と計算し直している。

この式に Runge-Kutta 法⁴⁾を適用して数値解を求めるが、そのために以下の連立 1 階常微分方程式に変形する。

$$\frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = \mathbf{v}_i$$

$$\frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = - \sum_{j \neq i} \frac{m_j}{M} \frac{\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|^3}$$

この方程式の変数 $(\mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i)$ に $t = 0$ での初期条件を付けて、計算を実行する。

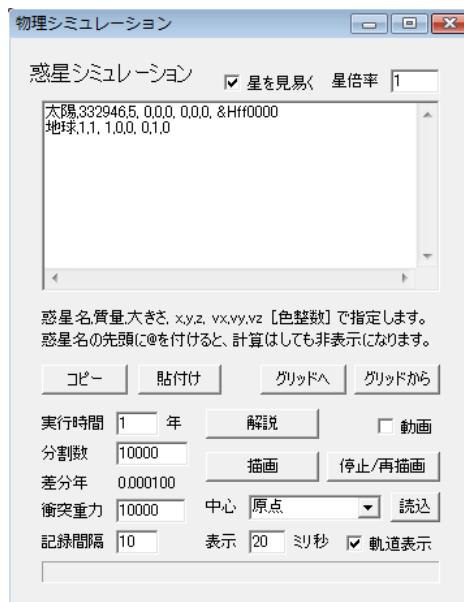


図 3.1 実行メニュー

メニュー [分析ー教育・科学ー物理シミュレーションー惑星シミュレーション] を選択すると、図 3.1 のような実行メニューが表示される。

実行メニューには、「星を見易く」表示するモードと実サイズで表示するモードがある。メニュー右上の「星を見易く」チェックボックスをチェックすると、星の大きさの単位が太陽と地球の平均距離である天文単位となり、星の半径は 0.02 天文単位×指定された星の大きさとなる。太陽の大きさを 5 と設定した場合、描画される半径は 0.1 天文単位であり、実際の大きさの 20 倍ほどになっている。地球の場合、データで大きさ 1 を指定したならば、実際の大きさの約 400 倍で描かれることになる。これ程の大きさで描かない場合、球体の周りを球体が回っているように見えない。それでもまだサイズが小さい場合は、右上の「星倍率」テキストボックスの数値を適当に大きくする。

星を実サイズで表示するモードは、「星を見易く」のチェックボックスのチェックを外して設定する。このモードでは、星の大きさは地球の大きさの倍数で指定する。例えば木星軌道から眺めると、太陽はかすかな点として表示されるが、惑星は全く見えない。拡大しても動きがある星は非常に捉えにくい。しかし後に示すように、殆ど見えにくい太陽の公転運動や日食など、面白い結果も示すことができる。星を見易く表示するモードと同様、「星倍率」テキストボックスで、見易い大きさまで拡大することもできる。

データは、上部のデータ入力用のテキストボックスに記述する。記述方法は、その下にあるように、「惑星（恒星）名、質量、大きさ（半径）、x, y, z, vx, vy, vz [,色整数]」の順番にカンマ区切りで入力する。ここに、質量は地球質量の倍数、大きさは先に述べたように、星の見易いモードか否かによって基準が異なるが、基準値の倍数で指定する。x, y, z は初期座標値、vx, vy, vz は初期速度を表す。色整数は特に指定する必要はないが、色を表す 10 進整数または&H を付けて 16 進表示で指定する。例えば青色は&H0000ff、緑色は&H00ff00、赤色は&Hff0000 で表わされる。惑星（恒星）データの単位系や星の大きさの記述方法、シミュレーションの設定については、「解説」ボタンをクリックすると説明が表示される。図 3.2 にその画面を示す。

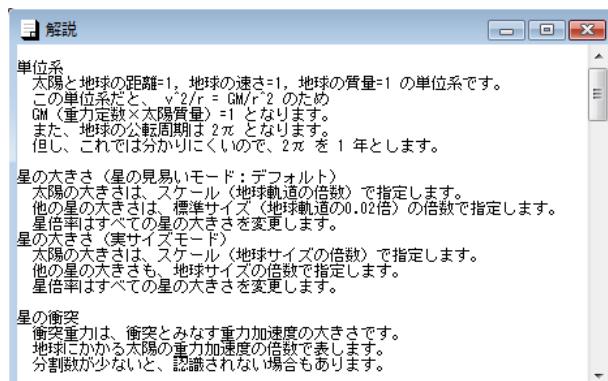


図 3.2 解説画面

「実行年」テキストボックスはシミュレーションの実行年数（小数も可）を記入する。「分割数」テキストボックスは、実行年をいくつに分けてシミュレーションするかを表す。実行年÷分割数は時間の「差分年」 Δt であり、この値が大きいとシミュレーションの精度が悪くなる。但し、重力加速度の大きさにもよるので、一定の基準はない。少なくとも惑星の周期をT年として、 $\Delta t < T/1000$ （太陽と地球の場合は $T = 1$ 年）とする必要がありそうである。このように考えると、公転半径を r 、中心の星の質量を m として、周期が $2\pi\sqrt{r^3/Gm}$ であるから、 $\Delta t \propto \sqrt{r^3/m}$ と考えても良いであろう。パソコン画面上できれいな絵を描くには、描画間隔（計算間隔とは異なる）として経験上 1/50 周期以下が良いようである。

シミュレーションを実行すると星同士の強い反発現象が見られることがある。これは強い重力で引き寄せられた星が加速し、1つの差分時間で相手の星をまたぎ越してしまうことに起因すると思われる。この現象の対処には強い重力加速度の状況では差分値を小さくする方法が考えられるが、このプログラムには導入されていない。通常強い重力下では星は衝突すると考えられるので、「衝突重力」テキストボックスに限界と考えられる値を入れておき、それよりも重力加速度が強い場合、星は衝突したものと判定する。強さの単位は、太陽が地球に及ぼしている重力加速度の倍数で指定する。デフォルトは 10000（ほぼ太陽半径×2 の距離での太陽重力）となっているが、実はこれが妥当かどうか分からない。また、時間差分の値によってはこの範囲をまたぎ越してしまうことも起こるので、注意が必要である。

シミュレーションの時間差分間隔でグラフィックデータを作成した場合、データ数が多すぎて、マウスで図を動かすことが困難になる。我々のプログラムで、現在の一般的なパソコン環境では、描画要素 1 万以下に抑えるのが望ましい。そのため計算したデータの中から、一定の間隔で選んでデータを記録し、グラフィック表示させるようにしている。「記録間隔」テキストボックスは、元データの中からどれだけの間隔で記録させるのかを与える。デフォルトの 10 の場合は、10 個間隔で記録し、表示するという意味である。

「表示」テキストボックスにはグラフィックを何ミリ秒に1回表示するのかを記入する。グラフィック表示が追いつかない場合は、この通りにはならず、描画が遅れて行く。デフォルトの 20 ミリ秒は、College Analysis で他の描画にも採用しているスピードである。星をゆっくり表示させる方がよければ大きな値にする。最後に「軌道描画」チェックボックスは、星の動画で星の軌道を表示するか否かを決める。星の軌道を描くと、時間経過とともに描画要素数が多くなり、描画スピードが落ちて行く。その欠点をなくすために、軌道を描かないモードも設けた。このモードでは描画スピードが落ちることはない。実際の星のスピード（もちろん、時間的な縮尺は含まれるが）も再現している。

データはメニュー画面上部の大きなテキストボックスに、「惑星(恒星)名、質量、大きさ、x, y, z, vx,

`vy, vz [,色整数]` の順番にカンマ区切りで記入するが、「コピー」(範囲を選択して実行) や「貼付け」で、他のソフトとのデータの受け渡しができる。また、「グリッドへ」と「グリッドから」ボタンで、データをグリッドデータへ移して、何ページかまとめて保存することもできる。データの行の先頭に「#」を付けるとコメント行、「@」を付けると計算には使用するが、表示しないデータとなる。用途に応じて使ってもらいたい。「停止/再描画」ボタンはシミュレーション実行後、上で述べた「@」を付けて再表示させる場合や、一時停止や再実行する場合などに利用する。

以下、データの例を挙げながらグラフィック出力結果を紹介する。断らない限り「星を見易く」のモードで表わす。分割数、実行時間は、見出しの右に括弧付きで示す。

例 1 太陽と地球（分割数 10000, 実行時間 1）

太陽,332946,5, 0,0,0, 0,0,0, &Hff0000

地球,1,1, 1,0,0, 0,1,0

これは地球が太陽の周りを回転するモデルである。我々の単位系で、地球の質量は 1、位置の初期値は x 軸上として (1,0,0)、速度の初期値は (0,1,0) である。地球の半径は、実サイズモードでは 1 (地球の大きさの基準値)、星が見易いモードでは適当な数値にする。ここでは見易いモードで地球のサイズ 1 (0.02 天文単位に相当)、太陽のサイズ 5 に設定している。図 3.3 に「動画」チェックボックスを外した場合と付けた場合の、「描画」ボタンで表示される画面の例を示す。動画には軌道を描画するモードと描画しないモードがある。動画は「停止/再描画」ボタンをクリックすると停止する。

<code>x: -1.00 - 1.00 y: -1.00 - 1.00 z: 0.00 - 0.00</code>	<code>x: -1.00 - 1.00 y: -1.00 - 1.00 z: 0.00 - 0.00</code>
---	---



図 3.3 太陽と地球のシミュレーション結果

例 2 太陽と連星（分割数 10000, 実行時間 1）

太陽,332946,5, 0,0,0, 0,0,0, &Hff0000

```
p1,10000,1, 1,0,0, 0,0.7,0
```

```
p2,10000,1, 1.1,0,0, 0,1,0
```

これは太陽のまわりを地球質量の 10000 倍の惑星が連星として回転するシミュレーションである。

図 3.4 にシミュレーション結果と描画過程の動画画面を示す。

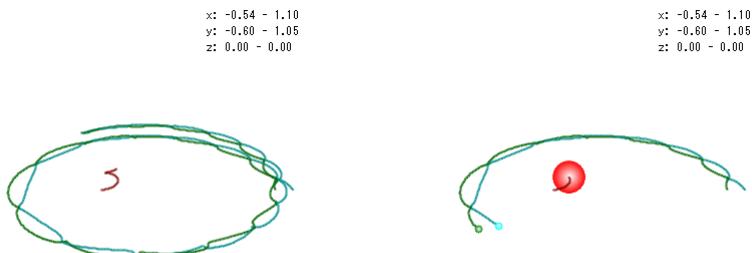


図 3.4 太陽と連星のシミュレーション結果

これを見ると、初期速度によって系全体が移動していることがわかる。系全体を静止させるためには、「中心」コンボボックスに「読込」ボタンで選択肢を読み込み、重心を中心とした図を「再描画」させるとよい。図 3.5 にその描画画面を示す。

```
x: -0.54 ~ 1.10  
y: -0.60 ~ 1.05  
z: 0.00 ~ 0.00
```

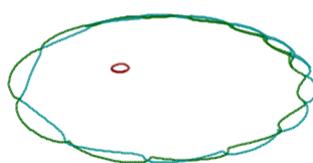


図 3.5 重心を中心とした描画

例 3 連星をなす恒星と 1 つの惑星（分割数 10000, 実行時間 8）

```
Sun1,166473,2, 0.5,0,0, 0,0.5,0
```

```
Sun2,166473,2, -0.5,0,0, 0,-0.5,0
```

p1,1,1, 0,2,0, -0.8,0,0

これは太陽の半分の質量の 2 つの恒星が、公転半径 0.5 天文単位で連星をなしている周りを、地球質量の惑星が 2 倍の公転半径で回っている状況を表している。図 3.6 にシミュレーション結果を示す。星の大きさが分かりにくいので、「星倍率」 2 倍のサイズで描いている。

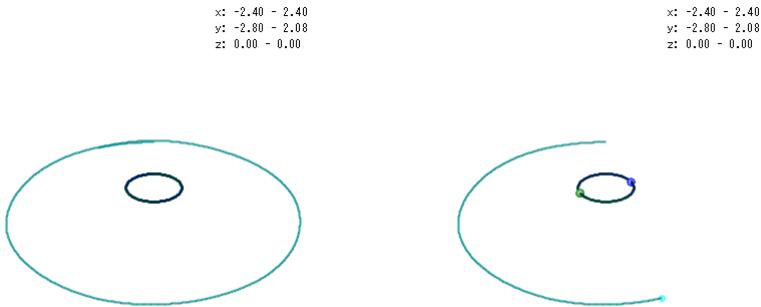


図 3.6 連星をなす恒星と 1 つの惑星

例 4 4 連星（分割数 10000, 実行時間 1)

p1,100000,1, 0.5,-0.5,0, 0,0.5,0

p2,100000,1, 0.5,0.5,0, -0.5,0,0

p3,100000,1, -0.5,0.5,0, 0,-0.5,0

p4,100000,1, -0.5,-0.5,0, 0.5,0,0

これは 4 つの同じ質量の星が、全くタイミング良く連星をなしているモデルである。図 3.7a にそのシミュレーション結果を示す。しかし、これは不安定な解で、例えば p1 の初期位置を x 方向に 0.0001 ずらすと図 3.7b のように全く異なる軌道になる。

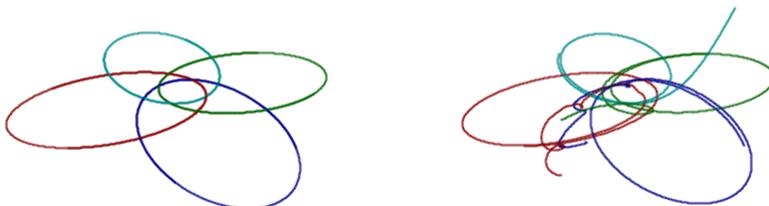


図 3.7a 不安定な 4 連星解

図 3.7b 4 連星の崩壊

例5 7つの星の衝突（分割数 10000, 実行時間 1）

```
p1,100000,1, 0.5,-0.5,1, 0,0.5,0  
p2,100000,1, 0.5,0.5,1, -0.5,0,0  
p3,100000,1, -0.5,0.5,1, 0,-0.5,0  
p4,100000,1, -0.5,-0.5,1, 0.5,0,0  
p5,100000,1, 0.5,-0.5,-1, -0.5,0,0  
p6,100000,1, 0.5,0.5,-1, 0,-0.5,0  
p7,100000,1, -0.5,0.5,-1, 0.5,0,0
```

これは4つと3つの星が回転しながら重力で衝突するシミュレーションである。星は非常に複雑な動きをしている。図3.8にシミュレーション結果とその過程を示す。

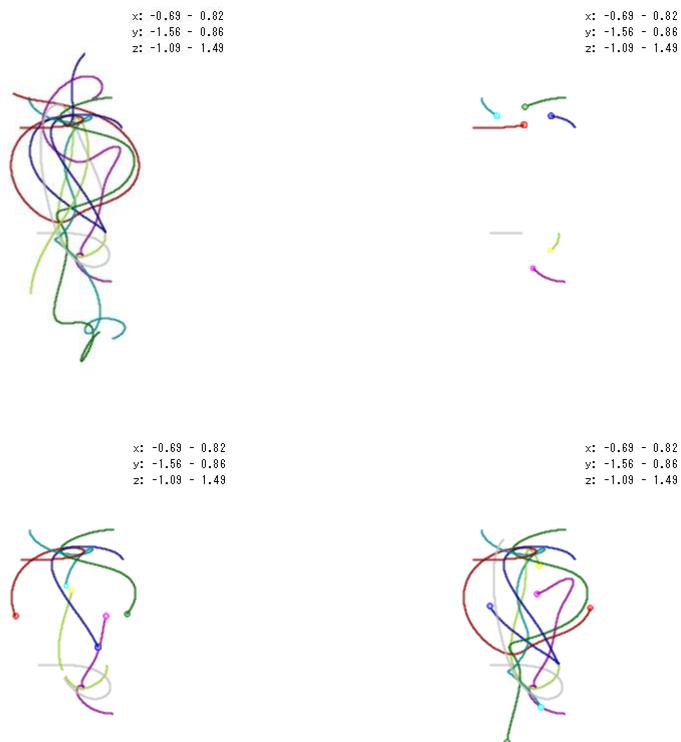


図3.8 7つの星の衝突

例6 太陽の公転運動（分割数 10000, 実行時間 11.86）

```
太陽,332946,109, 0,0,0, 0,-0.00044,0, &Hff0000  
地球,1,1, 1,0,0, 0,1,0, &H00ffff
```

木星,318,10, 5.2,0,0, 0,0.4385,0

これは太陽、地球、木星の実際の重さ、半径、公転半径を使ったシミュレーションである。実行時間は木星の周期である。この場合、惑星が公転するのと同様に、太陽も木星からの重力で公転する。しかしその公転半径は極めて小さく、太陽半径にほぼ等しい。このシミュレーションでは、「星を見易く」のチェックを外して実行する。シミュレーション結果は図 3.9a のように木星軌道から眺めた図になり、動画で星は全く見えない。しかし、マウスホイールを使って太陽ヘズームして行くと（最後の段階ではズームを微細に変更している）、図 3.9b のように、太陽の公転運動が見えてくる。上の2本の線は地球と木星の公転軌道である。

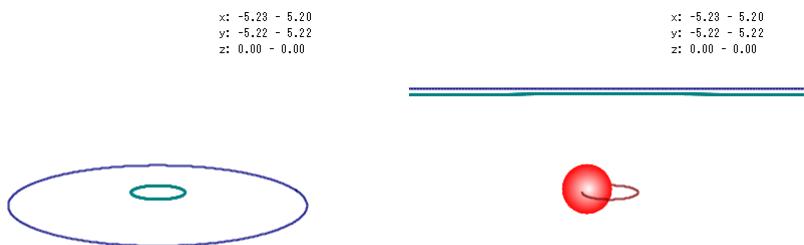


図 3.9a 太陽、地球、木星軌道

図 3.9b 太陽の公転運動

「中心」コンボボックスに「読み込」ボタンで選択肢を読み込み、地球を中心とした図を描画させることもできる。図 3.10 にその結果を表示する。

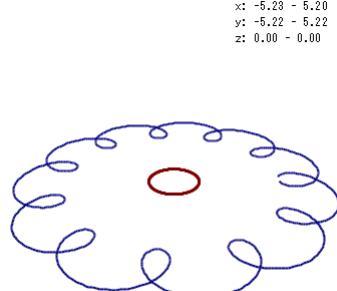


図 3.10 地球を中心とした太陽と木星の軌道

4. おわりに

我々は、ポテンシャルや束縛条件の付いた質点系の運動シミュレーションを簡易言語による記述で

実行できるようにした。その際、3 次元空間上で質点の運動を表現し、ひもやバネ、床や天井など、質点が運動する環境も合わせて表現できるように考えた。これにより、質点の運動が画面上でより現実的に感じられるようになった。

束縛運動の初期条件の与え方は十分気を付けなければならない。例えば 2 点間の長さが一定の束縛条件がある場合、その方向に初期速度があれば質点は自由運動をし、全く束縛運動にならない。これは床に束縛された運動の場合も同じで、床に垂直の初期速度があれば、床に沿って運動しない。Lagrange の未定定数法は決して条件のずれを補正するものではない。その点、2 点間の長さが一定の束縛条件を、バネ定数の大きいバネと考えると、ある程度の初期速度のずれは補正される。しかし、バネの微小な振動によって数値計算に誤差が生じる可能性もある。

上に述べたようなことに注意すると、質点系の運動については Runge-Kutta 法により比較的簡単にプログラムを作ることができる。今後の我々の力学問題の課題は、剛体の運動を取り扱うことである。これについても剛体の形や初期状態を簡易言語で指定し、実行できるようなプログラムにしてみたいが、処理は相当複雑になるだろう。

惑星シミュレーションについて、現在のプログラムでは、星の数が 10 個程度までなら、計算時間も描画も問題なく実行することができる。ただ、描画で軌道を描くモード（デフォルト）では、時間の経過につれて描画要素数が多くなり、時間がかかるようになる。しかし単純に星だけを動かす場合は、ほぼ実際の動きに比例した時間でシミュレーション結果を見ることができる。

星のスケールは様々である。太陽系の惑星でも、内側と外側では周期に隔たりがあり、さらに惑星とその衛星を同時に扱うとなると現在のように同じ時間スケールで計算するには限界がある。もちろん、時間分割数を増やして計算すれば問題はないが、パソコンで実行するには計算時間が重要である。個々の星ごとに独自の時間スケールで計算を実行することも必要になるだろう。

星のシミュレーションに関して、我々の今後の課題は 2 つある。現在は星にかかる重力が一定以上になると衝突したものとして、シミュレーションの実行を止めているが、課題の 1 つ目は、衝突した 2 つの星をくっつけるような処理の導入である。これにより単純な惑星形成のような雰囲気が味わえると面白い。次の課題は、前の問題とも少し関係するが、星の数を増やすということである。我々は 1,000 個位にまで増やせないかと考えている。

星の数を増やす方法としては、ツリー法や高速多重極展開法が考えられ、我々も試験的なプログラムを作成しているが⁶、星の数 1,000 個という程度では、前処理に時間がかかりあまり効率的とは言えない。これらの方法が効いてくるのは 10,000 個位からで、現在のパソコンでは取扱いが難しい。もちろん、ここで述べたことはスーパーコンピュータなどで、桁や精度を格段に上げて実現されているが、我々としてはパソコン画面上で銀河（のように見えるもの）が回るようなシミュレーションができるれば十分である。

参考文献

- 1) 社会システム分析のための統合化プログラム 16 – 3 D ビューアとその応用－，福井正康，尾崎誠，石丸敬二，福山平成大学経営研究，7号，(2011) 111-127.
- 2) 社会システム分析のための統合化プログラム 19 – 関数グラフ・パラメータ関数グラフー，福井正康，石丸敬二，福山平成大学経営研究，第8号，(2012) 109-127.
- 3) 数理系教育ソフトウェアにおける汎用グラフィックインターフェースの提案，福井正康，石丸敬二，尾崎誠，日本教育情報学会誌「教育情報研究」，第27巻，第4号，(2012) 55-66.
- 4) 理工系の基礎数学8 数値計算，高橋大輔，岩波書店，1996.
- 5) 改訂新版 Visual Basic でわかる物理—Visual Basic 2008 で学ぶ物理シミュレーション・プログラムの作成法，山田盛夫，CQ出版，2008.
- 6) College Analysis による物理シミュレーション2 – 電荷と電場・電流と磁場 –，福井正康，福山平成大学経営研究，第9号，(2013).

Physics Simulation in College Analysis 1

- Motion of System of Particles, Simulation of the Planets -

Masayasu FUKUI

Department of Business Administration, Faculty of Business Administration,
Fukuyama Heisei University

Abstract

We have created a unified program named College Analysis on the social system analysis, enhancing the graphics output. Taking advantage of this feature, we decided to create programs on physics simulation that can be used in the general education curriculum of the university. In this paper, we introduce our programs on the motion of particles and simulation of the planets.

Keywords

College Analysis, physics, simulation, system of particles, planet, equation of motion

URL: <http://www.heisei-u.ac.jp/ba/fukui/>