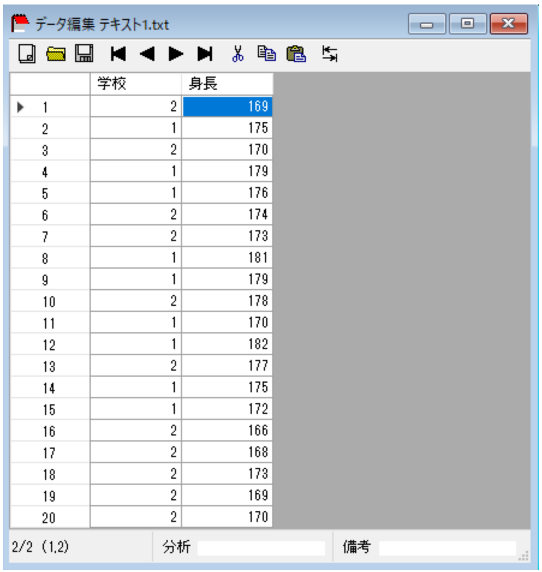
相関係数の検定とｔ検定の関係＜その２＞

分類データを 1, 2（もちろん 0, 1 でもよい）で表し、相関係数を使って検定することと、分類されたデータとしてｔ検定をすることとはどう違うのであろうか。実際のデータを使って調べてみた。データを図１に示す。



	学校	身長
1	2	169
2	1	175
3	2	170
4	1	179
5	1	176
6	2	174
7	2	173
8	1	181
9	1	179
10	2	178
11	1	170
12	1	182
13	2	177
14	1	175
15	1	172
16	2	166
17	2	168
18	2	173
19	2	169
20	2	170

図１　実験データ

学校と身長でそのまま相関係数を取って検定した結果を表 1 の左列、身長を学校で分けてｔ検定を行った結果を右列に示す。

表１　相関係数の検定とｔ検定の比較

相関係数の検定		ｔ検定	
変数１	学校	変数名１	1-身長
変数２	身長	変数名２	2-身長
データ数	20	データ数１	9
平均値１	1.5500	データ数２	11
平均値２	173.8000	平均値１	176.5556
不偏分散１	0.2605	平均値２	171.5455
不偏分散２	20.9053	不偏分散１	16.2778
		不偏分散２	14.2727
相関係数	-0.559	自由度	18
ｔ統計値	-2.8625	ｔ統計値	2.8625
両側確率Ｐ	0.0103	両側確率Ｐ	0.0103

これを見ると全く同一の結果であることが分かる。

次に２つの変数が質的なデータであった場合、同じように相関係数の検定と 2×2 分割表の χ^2 検定が同じ結果になるかどうか調べた。χ^2 検定はデータ数が無限大で正確になる近似計算によるものであるので、データ数を増やしながら両者を比較した。結果を表 2 に示す。

表 2　相関係数の検定と χ^2 検定の比較

	相関係数の検定		χ^2 検定	
N=50	相関係数	0.387	自由度	1
	t 統計値	2.9076	χ2 統計値	7.4875
	両側確率 P	0.0055	片側確率 P	0.0062
N=100	相関係数	0.234	自由度	1
	t 統計値	2.3853	χ2 統計値	5.4873
	両側確率 P	0.0190	片側確率 P	0.0192
N=1000	相関係数	0.037	自由度	1
	t 統計値	1.1577	χ2 統計値	1.3411
	両側確率 P	0.2473	片側確率 P	0.2468
N=10000	相関係数	0.020	自由度	1
	t 統計値	1.9815	χ2 統計値	3.9256
	両側確率 P	0.0476	片側確率 P	0.0476

これより、十分データ数が大きくなると両者は一致する（他のデータの場合についても確認した）。データが少ない場合は一致しないが、元々 χ^2 検定も近似であるので、どちらが正確かは分からない。そこで **Fisher** の正確確率検定を N=50 の場合に実施してみると p=0.0085 となった。これより、どちらの検定も完全に正しいとは言えないが、どちらを使っても大差ないように思われる。

次に相関係数の検定と t 検定とで検定確率は完全に同じ値であったので、分類を 3 群（1, 2, 3）として、相関係数と 1 元配置分散分析を比較してみた。結果を表 3 に示す。

表 3　相関係数の検定と 1 元配置分散分析の比較

相関係数の検定		1 元配置分散分析	
相関係数	0.533	F 統計値	7.8129
t 統計値	2.5219	自由度	2,15
両側確率 P	0.0227	片側確率 P	0.0047

この結果を見ると、明らかに両者は異なる。これは 3 群の数値化で均等に数値を並べたことによる人為的な影響があるように思われる。即ち、3 群以上の場合は、むやみに数値化して、相関係数による検定をしてはならないことが分かった。

同様のことを相関係数の検定と χ^2 検定でも調べてみた。2×3 の分割表の場合は、N=10000 でも同じ検定確率にはならなかった。この場合でも 3 群以上になるとむやみに数値化して相関係数による検定をしてはならないということになる。

以上のことから、2 群の場合に限り、相関係数の検定と t 検定は一致する。また、2×2 分割表に限り、相関係数の検定と χ^2 検定はデータ数が無限大の場合は一致する。ここでは理論的に示していないので、またの機会に考えてみたい。